

ISSN 2410-4221
2025/№4(34)

ПАЁМИ

ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ ДАНҒАРА

Бахши илмҳои табиӣ
2025. № 4 (34)

ВЕСТНИК

**ДАНГАРИНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА**

Серия естественных наук
2025. № 4 (34)

BULLETIN

OF DANGARA STATE UNIVERSITY

Series of natural science
2025. No 4 (34)

www.vestnik.dsu.tj

№ 4 (34)

Данғара – 2025

**ПАЁМИ ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ ДАНҒАРА
БАХШИ ИЛМҲОИ ТАБИЙ**

*Маҷалла соли 2015 таъсис ёфта, дар як сол 4 шумора ба наиш расонда мешавад.
ISSN 2410-4221*

Сармухәррири маҷалла:

Хайрзода Ш.Қ. – доктори илмҳои иқтисодӣ, профессор,
ректори МДТ Донишгоҳи давлатии Данғара.

Муовини сармухәррир:

Қодирзода Х.Қ. – доктори илмҳои иқтисодӣ, дотсент, муовини ректор
оид ба илми Донишгоҳи давлатии Данғара.

Муҳаррири техникӣ:

Олимов Р.А. номзоди илмҳои химия, дотсент.

Муассиси маҷалла:

*МДТ Донишгоҳи
давлатии Данғара*

*Маҷалла дар шохиси иқтибосҳои
илми Русия (РИНЦ)
таҳти рақами №221-07/2021
ворид карда шудааст.*

*Маҷалла дар Вазорати фарҳанги
Ҷумҳурии Тоҷикистон № 215/МҚ-97
аз 20 августи соли 2021 ба қайд
гирифта шудааст*

*Маҷалла бо забонҳои тоҷикӣ, русӣ
ва англисӣ наиш мегардад.*

*Матни нурраи маводи ҷопшуда дар
сомонаи расмии маҷалла
(vestnik.dsu.tj) ҷойгир карда
шудааст.*

*Дар маҷалла мақолаҳои илми соҳаҳои
илмҳои зерин наиш карда мешаванд:*

01.01.00 – Математика,

01.04.00 – Физика,

02.00.00 – Химия.

Сомонаи маҷалла: vestnik.dsu.tj

Е-mail: vestnik@dsu.tj

Тел: (833 12)22802

*Паёми Донишгоҳи давлатии
Данғара – 2025. № 4 (34).*



Ҳайати таҳририя:

01.01.00 – Математика

Раҷабова Лутфия – доктори илмҳои физика –
математика, профессор (ДМТ);

Одинаев Раим Назарович – доктори илмҳои физика –
математика, профессор (ДМТ);

Мирзоев Сайъло Ҳабибуллоевич – доктори илмҳои
техникӣ, профессор (ДМТ);

Пиров Ҳайдарҷон Ҳокимҷонович – номзоди илҳои
физика-математика (ДДД).

01.04.00 – Физика

Солихзода Давлат Қуват – доктори илмҳои физика-
математика, профессор (ДМТ);

Махсудов Барот Исмолович – доктори илмҳои физика-
математика, профессор (ДМТ);

Ҷўраев Ҳайрулло Шарофович – доктори илмҳои
физика-математика (ДМТ);

Ақдодов Донаёр Мавлобахшович – доктори илмҳои
физика-математика, профессор (ДМТ);

Ҳочазода Тохир Абдулло – доктори илмҳои физика-
математика (ДМТ);

Олимӣ Ашурали Рамазон – номзоди илмҳои физика-
математика (ДДД);

02.00.00 – Химия

Злотский Семён Соломонович – доктори илмҳои
химия, профессор, узви вобастаи АИР (ДДТНУ, Уфа,
Россия);

Атрошенко Юрий Михайлович – доктори илмҳои
химия, профессор (ДДПТ ба номи Л.Н. Толстой,
Тула, Россия);

Шахкельдян Ирина Владимировна – доктори илмҳои
химия, профессор (ДДПТ ба номи Л.Н. Толстой,
Тула, Россия);

Каримзода Маҳмадқул Бобо – доктори илмҳои химия,
профессор (ДМТ);

Бандаев Сирочиддин Гадоевич – доктори илмҳои
химия, профессор (ДДОТ ба номи С. Айни);

Ғафуров Бобомурод Абдуқаҳорович – доктори илмҳои
химия, профессор (ДДБ ба номи Н. Хусрав, Бохтар);

Раҷабзода Сирочиддин Икром – доктори илмҳои
химия, профессор (ДМТ);

Исозода Диловар Тарик – номзоди илмҳои химия,
дотсент (ДЭТ, Бохтар);

Мухторов Лоик Гургович – номзоди илмҳои
химия, дотсент (ДДПТ ба номи Л.Н. Толстой,
Тула, Россия);

Раҷабов Сайдалӣ – номзоди илмҳои химия (ДДД).

**ВЕСТНИК ДАНГАРИНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
СЕРИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

Журнал основан в 2015 году, выпускается 4 номера в год.

ISSN 2410-4221

Главный редактор

Хайрзода Ш.К. – доктор экономических наук, профессор,
ректор ГОУ Дангаринского государственного университета.

Зам.глав. редактора

Кодирзода Х.К. – доктора экономических наук, доцент, проректор по науке
Дангаринского государственного университета.

Технический редактор:

Олимов Р.А. – кандидат химических наук, доцент.

Учредитель журнала:

*ГОУ Дангаринский
государственный университет*

*Журнал включен в базу данных
Российского индекса научных
цитирований (РИНЦ)
(№221-07/2021)*

*Журнал зарегистрирован в
Министерстве культуры
Республики Таджикистан
Свидетельство № 215/МЧ-97
от 20 августа 2021 года*

*Журнал издается на таджикском,
русском и английском языках.*

*Полный текст опубликованного
материала доступен на официальном
сайте журнала (vestnik.dsu.tj)*

*В журнале печатаются научные
статьи по следующим отраслям:*

01.01.00 – Математика,

01.04.00 – Физика,

02.00.00 – Химия.

Сайт журнала: vestnik.dsu.tj

E-mail: vestnik@dsu.tj

Тел: (833 12) 22802

*Вестник Дангаринского
государственного
университета – 2025. № 4 (34).*



Члены редколлегии:

01.01.00 – Математика

Раджабова Лутфия – доктор физико-математических наук, профессор, (ТНУ);

Одинаев Раим Назарович – доктор физико-математических наук, профессор, (ТНУ);

Мирзоев Саязло Хабибуллоевич – доктор технических наук, профессор, (ТНУ);

Пиров Хайдаржон Хокимжонович – кандидат физико-математических наук, (ДГУ).

01.04.00 – Физика

Солихзода Давлат Куват – доктор физико-математических наук, профессор (ТНУ);

Махсудов Барот Исламович – доктор физико-математических наук, профессор (ТНУ);

Джураев Хайрулло Шарофович – доктор физико-математических наук (ТНУ);

Акдодов Донаёр Мавлобахшович – доктор физико-математических наук, профессор (ТНУ);

Ходжазода Тахир Абдулла – доктор физико-математических наук (ТНУ);

Олими Ашурали Рамазан – кандидат физико-математических наук (ДГУ);

02.00.00 – Химия

Злотский Семён Соломонович – доктор химических наук, профессор, член-корреспондент РАН (УГНТУ, Уфа, Россия);

Атрощенко Юрий Михайлович – доктор химических наук, профессор (ТГПУ им. Л.Н. Толстого, Тула, Россия);

Шакельдян Ирина Владимировна – доктор химических наук, профессор (ТГПУ им. Л.Н. Толстого, Тула, Россия);

Каримзода Махмадкул Бобо – доктор химических наук, профессор (ТНУ);

Бандаев Сироджиддин Гадоевич – доктор химических наук, профессор (ТГПУ им. С. Айни);

Гафуров Бобомурод Абдукахорович – доктор химических наук, профессор (БГУ им. Н. Хусрава, г. Бохтар);

Раджабзода Сироджиддин Икром – доктор химических наук, профессор (ТНУ);

Исозода Диловар Тарик – кандидат химических наук, доцент (ТЭИ, Бохтар);

Мухторов Лоик Гургович, кандидат химических наук, доцент (ТГПУ им. Л.Н. Толстого, Тула, Россия);

Раджабов Саидали – кандидат химических наук (ДГУ).

BULLETIN OF DANGARA STATE UNIVERSITY
SERIES OF NATURAL SCIENCES

The magazine was founded in 2015 and issues 4 number in year.
ISSN 2410-4221

Chief Editor:

Khayrzođa Sh.K. – Doctor of Economic Sciences, Professor, rector of SEI Dangara State University.

Deputy Head editor:

Kodirzođa H.K. – Doctor of Economic Sciences, Associate Professor Vice-Rector for Science of Dangara State University

Technical editor:

Olimov R.A. Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor.

Journal founder:

SEI Dangara State University

*The journal is included in the
Database of the Russian Science Citation
Index (RSCI) № 221-07/2021*

*The magazine is registered
with the Ministry of Culture
of the Republic of Tajikistan
Certificate No. 215/MQ-97
dated August 20, 2021.*

*The magazine is printed in Tajik,
Russian and English languages*

*The full text of the published materials
are available on the official website of
the journal (vestnik.dsu.tj).*

*The magazine publishes scientific articles
in the following areas:*

01.01.00 – Mathematical,

01.04.00 – Physical,

02.00.00 – Chemistry.

Journal website: vestnik.dsu.tj

Email: vestnik@dsu.tj

Tel: (833 12) 22802

*Bulletin of Dangara State University
- 2025. No. 4. (34).*



Member of the Editorial Board:

01.01.00 – Mathematics

Rajabova Lutfiya – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, (TNU);

Odinaev Raim Nazarovich – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, (TNU);

Mirzoev Sayalo Habibulloevich – Doctor of Technical Sciences, Professor, (TNU);

Pirov Haydarjon Hokimjonovich – Candidate of physical and mathematical sciences, (DSU).

01.04.00 – Physics

Solihzoda Davlat Kuvat – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor (TNU);

Makhsudov Barot Islomovich – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor (TNU);

Juraev Khairullo Sharofovich – Doctor of Physical and Mathematical Sciences (TNU);

Akdodov Donayor Mavlobakhshovich – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor (TNU);

Khojazoda Tohir Abdullo – Doctor of Physical and Mathematical Sciences (TNU);

Olimi Ashurali Ramazon – Candidate of physical and mathematical sciences (DSU);

02.00.00 – Chemistry

Zlotsky Semyon Solomonovich – Doctor of Chemical Sciences, Professor, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences (USPTU, Ufa, Russia);

Atroshchenko Yuri Mikhailovich – Doctor of Chemical Sciences, Professor (TSPU, Tula, Russia);

Irina Vladimirovna Shakkeldyan – Doctor of Chemical Sciences, Professor (TSPU, Tula, Russia);

Karimzoda Mahmadvkul Bobo – Doctor of Chemical Sciences, Professor (TNU);

Bandaev Sirojiddin Gadoevich – Doctor of Chemical Sciences, Professor (TSPU named after S. Aini);

Gafurov Bobomurod Abdukakhorovich – Doctor of Chemical Sciences, Professor (BSU named after N. Khusrav, Bokhtar);

Rajabzoda Sirojiddin Ikrom – Doctor of Chemical Sciences, Professor (TNU);

Isodzoda Dilovar Tariq – Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor (TEI, Bokhtar);

Mukhtorov Loik Gurgovich – Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor (TSPU, Tula, Russia);

Rajabov Saydali – Candidate of Chemical Sciences (DSU).

УДК: 519.6

НАҚШИ DISR ДАР ТАТБИҚИ МОДЕЛСОЗИИ МАТЕМАТИКӢ ВА КОМПЮТЕРИИ КРИТЕРИЯИ АЛГЕБРАВӢИ УСТУВОРИЯТИ ГУРВИТС БО МУОДИЛАИ ХАРАКТЕРИСТИКИИ ТАРТИБИ СЕӢОМ

Шарофиддин Юсуфӣ, Восидов Ш.Ю., *Умаров А.Н.

Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

***Донишгоҳи давлатии Данғара**

Татбиқи моделсозии математикӣ ва компютерӣ дар раванди ҳалли масъалаҳо ҳамчун усули таҳқиқот барои такмилдиҳии донишҳои назариявӣ ва амалӣ дар тури таърихи рушди инсоният баррасӣ гардидааст.

Агар моделсозӣ ба таври мухтасар тавсиф карда шавад, он аз иваз кардани системаи воқеӣ (раванд, падида) аз модели иборат аст, ки бо он то андозае мувофиқ ва қодир аст, ки хосият ё хусусиятҳои системаи воқеиро, ки ба муҳаққиқ таваҷҷӯҳ доранд, такрор кунад [5, с. 15].

Дар раванди ҳалли масъалаҳои таълимии фанҳои дақиқ истифодабарии усулҳои муосири моделсозии математикӣ ва компютерӣ, воситаи муҳими донишҳои илмӣ ба ҳисоб рафта, дар ташаккулдиҳии тафаккури мантиқӣ мусодидат мекунад.

Модел (амсила) – объекти навест, ки хосиятҳои асосӣ ва муҳимтарини объект, ҳодиса ё раванди тадқиқшавандаро инъикос менамояд [4, с. 50].

Барои таҳқиқот ва лоиҳабандии объектҳои техникӣ ду гурӯҳи асосии тарзи амалиётро ҷудо кардан мумкин аст: таҳлил ва синтез. Барои синтез истифодаи модели сохторӣ, барои таҳлил истифодаи модели вазифавӣ тавсиф дода мешавад [1, с. 243].

Истифодабарии муқоисакуниҳо дар ҳалли масъалаҳои таълимии физика, математика, геометрия ва дигар фанҳо ба ташаккулёбии тафаккури мантиқӣ ва абстрактӣ таъқиқотчиён, муҳандисон, барномасозон таъсир расонида, қобилияти эҷодии онҳоро вусъат дода, ба фаъолияти эҷодии минбаъдаи онҳо мусоидат менамояд.

Яке аз усулҳои ташаккули фаъолияти таҳқиқотии донишҷӯён моделсозии математикӣ масъалаҳои таълимӣ мебошад, ки маводи айёниро низ дар бар мегирад [2, с. 258].

Вазъи воқеии ҳалли масъалаҳо чунин аст, ки аксарияти онҳо бо алгоритмҳои муайян ҳал карда мешаванд ва ҳалли ғаврии онҳо одатан аз донишхани формулаҳои муайян ва қобилияти татбиқи онҳо вобастагӣ дорад [3, с. 239].

Акнун бо якчанд мисолҳои намунавӣ гуфтаҳои дар боло зикргардидаро тасдиқ намудан, ҳалли мисолҳои оид ба татбиқи модели математикӣ ва компютери критерияи алгебравии устуворияти Гурвитс, ки бо муодилаи хараактеристикии тартиби сеюм дода шудааст, муоина менамоем, ки раванди моделсозии математикии компютериро инъикос карда тавонад.

Муодилаи хараактеристикии дар намуди умумӣ чунин навишта мешавад:

$$a_0 * S^n + a_1 * S^{n-1} + a_2 * S^{n-2} + \dots + a_{n-1} * S + a_n = 0. \quad (1)$$

Системаи муодилаи хараактеристикии тартиби сеvvум чунин шаклро дорад, ки дар зер оварда шудааст:

$$a_0 * S^3 + a_1 * S^2 + a_2 * S^1 + a_3 * S^0 = 0.$$

$$a_0 * S^3 + a_1 * S^2 + a_2 * S + a_3 * 1 = 0.$$

$$a_0 * S^3 + a_1 * S^2 + a_2 * S + a_3 = 0. \quad (2)$$

Муодилаи хараактеристикии тартиби сеvvум, ки дар намуди муодилаи 2 оварда шудааст, бо намуди чунин муайянкунанда тартиб додан мумкин аст, ки он бо формулаи 3 ишора карда шудааст:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 * a_2 + a_0 * a_3 > 0 \quad (3)$$

Мувофиқи муодилаи $a_0 * S^3 + a_1 * S^2 + a_2 * S + a_3 = 0$ якчанд мисолҳои дида мебароем.

Мисоли намунавии №1 чунин аст: $S^3 + 25 * S^2 + 230 * S + 950 = 0$.

Дар ин ҷо $a_0 = 1; a_1 = 25; a_2 = 230; a_3 = 950$.

Мувофиқи формулаи 3 мисоли додашударо ҳал мекунем.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 * a_2 + a_0 * a_3 > 0.$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 25 & 950 \\ 1 & 230 \end{vmatrix} = 25 * 230 + 1 * 950 = 5750 + 950 = 6700 > 0.$$

Мувофиқи критерияи алгебравии устуворияти Гурвитс агар ҷавоби ҳалли масъала мусбат бошад, пас, мисоли додашуда устувор аст. Дар ин ҷо мисоли додашуда устувор аст.

Мисоли намунавии №2 чунин аст: $S^3 - 25 * S^2 + 230 * S + 950 = 0$.

Дар ин ҷо $a_0 = 1; a_1 = -25; a_2 = 230; a_3 = 950$.

Мувофиқи формулаи 3 мисоли додашударо ҳал мекунем.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 * a_2 + a_0 * a_3 > 0.$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -25 & 950 \\ 1 & 230 \end{vmatrix} = -25 * 230 + 1 * 950 = -5750 + 950 = -4800 < 0.$$

Мувофиқи критерияи алгебравии устуворияти Гурвитс агар ҷавоби ҳалли масъала мусбат бошад, пас, мисоли додашуда устувор аст. Дар ин ҷо мисоли додашуда ноустувор аст.

Мисоли намунавии №3 чунин аст: $-25S^3 + 15S^2 + 25S + 15 = 0$.

Дар ин ҷо $a_0 = -25; a_1 = 15; a_2 = 25; a_3 = 15$.

Мувофиқи муодилаи 3 мисоли додашударо ҳал мекунем.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 * a_2 + a_0 * a_3 > 0.$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 15 & 15 \\ -25 & 25 \end{vmatrix} = 15 * 25 + (-25) * 15 = 375 - 375 = 0.$$

Мувофиқи критерияи алгебравии устуворияти Гурвитс агар ҷавоби ҳалли масъала мусбат бошад, пас, мисоли додашуда устувор аст. Дар ин ҷо мисоли додашуда ноустувор аст.

Барои устувории система зарур ва кофӣ аст, ки ҳамаи минорҳои муайянкунандаи Гурвитс мусбат бошанд.

Аввал муодилаи характеристикӣ тартиби дуҷуми додашударо бо усули моделсозии математикии компютерӣ дар се ҳолати овардашуда ҳангоми дохилкунии коэффитсиентҳо устувор ва ё ноустувор будани онҳоро муайян менамоем.

% Модели математикии компютерии мисолҳои намунавии дар боло зикргардидаро бо намуди алгоритми зерин пешниҳод менамоем:

```
a0=input('Қимати a0= '); a1=input('Қимати a1= ');
```

```
a2=input('Қимати a2= '); a3=input('Қимати a3= ');
```

```
w=tf([a0 a1 a2 a3 ],[1])
```

```
disp(' Қимати дохилкардашудаи a0 баробар аст ба: '), disp(a0 (1));
```

```
disp(' Қимати дохилкардашудаи a1 баробар аст ба: '), disp(a1(1));
```

```
disp(' Қимати дохилкардашудаи a2 баробар аст ба: '), disp(a2 (1));
```

```

disp(' Қимати дохилкардашудаи а3 баробар аст ба: '), disp(a3(1));
Delta2= a1 * a2 + a0 * a3
if(Delta2>0)
    disp(' Ҳолати якуми система аз руйи тартиби 3-юм устувор аст')
else
    if(Delta2<0)
        disp(' Ҳолати дууми система аз руйи тартиби 3-юм ноустувор аст')
    else
        if(Delta2==0)
            disp(' Ҳолати сеюми система аз руйи тартиби 3-юм ноустувор аст')
        else
            end;end; end;
a0=input('Қимати а0= '); a1=input('Қимати а1= ');
a2=input('Қимати а2= '); a3=input('Қимати а3= ');
w=tf([a0 a1 a2 a3 ],[1])
disp(' Қимати дохилкардашудаи а0 баробар аст ба: '), disp(a0 (1));
disp(' Қимати дохилкардашудаи а1 баробар аст ба: '), disp(a1(1));
disp(' Қимати дохилкардашудаи а2 баробар аст ба: '), disp(a2 (1));
disp(' Қимати дохилкардашудаи а3 баробар аст ба: '), disp(a3(1));
Delta2= a1 * a2 + a0 * a3
if(Delta2>0)
    disp(' Ҳолати якуми система аз руйи тартиби 3-юм устувор аст')
else
    if(Delta2<0)
        disp(' Ҳолати дууми система аз руйи тартиби 3-юм ноустувор аст')
    else
        if(Delta2==0)
            disp(' Ҳолати сеюми система аз руйи тартиби 3-юм ноустувор аст')
        else
            end;end; end;
a0=input('Қимати а0= '); a1=input('Қимати а1= ');
a2=input('Қимати а2= '); a3=input('Қимати а3= ');
w=tf([a0 a1 a2 a3 ],[1])
disp(' Қимати дохилкардашудаи а0 баробар аст ба: '), disp(a0 (1));
disp(' Қимати дохилкардашудаи а1 баробар аст ба: '), disp(a1(1));
disp(' Қимати дохилкардашудаи а2 баробар аст ба: '), disp(a2 (1));
disp(' Қимати дохилкардашудаи а3 баробар аст ба: '), disp(a3(1));
Delta2= a1 * a2 + a0 * a3
if(Delta2>0)

```

```

disp(' Ҳолати якуми система аз руйи тартиби 3-юм устувор аст')
else
    if(Delta2<0)
        disp(' Ҳолати дуюми система аз руйи тартиби 3-юм ноустувор аст')
    else
        if(Delta2==0)
            disp(' Ҳолати сеюми система аз руйи тартиби 3-юм ноустувор аст')
        else
            end;end; end;

```

Натиҷа

Қимати $a_0 = 1$

Қимати $a_1 = 25$

Қимати $a_2 = 230$

Қимати $a_3 = 950$

Transfer function:

$$s^3 + 25s^2 + 230s + 950$$

Қимати дохилкардашудаи a_0 баробар аст ба: 1

Қимати дохилкардашудаи a_1 баробар аст ба: 25

Қимати дохилкардашудаи a_2 баробар аст ба: 230

Қимати дохилкардашудаи a_3 баробар аст ба: 950

Delta2 =6700

Ҳолати якуми система аз руйи тартиби 3-юм устувор аст

Қимати $a_0 = 1$

Қимати $a_1 = -25$

Қимати $a_2 = 230$

Қимати $a_3 = 950$

Transfer function:

$$s^3 - 25s^2 + 230s + 950$$

Қимати дохилкардашудаи a_0 баробар аст ба: 1

Қимати дохилкардашудаи a_1 баробар аст ба: -25

Қимати дохилкардашудаи a_2 баробар аст ба: 230

Қимати дохилкардашудаи a_3 баробар аст ба: 950

Delta2 =-4800

Ҳолати дуюми система аз руйи тартиби 3-юм ноустувор аст

Қимати $a_0 = -25$

Қимати $a_1 = 15$

Қимати $a_2 = 25$

Қимати $a_3 = 15$

Transfer function:

$$-25s^3 + 15s^2 + 25s + 15$$

Қимати дохилкардашудаи a_0 баробар аст ба: -25

Қимати дохилкардашудаи a_1 баробар аст ба: 15

Қимати дохилкардашудаи a_2 баробар аст ба: 25

Қимати дохилкардашудаи a_3 баробар аст ба: 15

$$\Delta_2=0$$

Ҳолати сеюми система аз рӯи тартиби 3-юм ноустувор аст

Аз натиҷа ба мо маълум гашт, ки ҳолати якуми система $\Delta_2=6700$ аст, пас, система устувор аст, ҳолати дуюми система $\Delta_2=-4800$ аст, пас, система ноустувор аст ва ҳолати сеюми система $\Delta_2=0$ аст, пас, система ноустувор аст. Яъне, ҳолати якуми система устувор ва ҳолатҳои дуюм ва сеюми система ноустувор аст.

Адабиёт

1. *Восидов Ш.Ю.* Хусусиятҳои хоси ташаққули малака ва маҳорати донишҷӯён ҳангоми истифодаи моделсозии математикӣ / Ш.Ю. Восидов // - Душанбе: Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Маҷаллаи илмӣ. -2018.-№3.-С.243 - 247.
2. *Восидов Ш.Ю., Нугмонов М., Ҷӯраев Х.Ш.* Моделсозии математикии масъалаҳои таълимӣ асоси фаъолияти таҳқиқотии донишҷӯён / Ш.Ю.Восидов, М. Нугмонов, Х.Ш. Ҷӯраев // - Душанбе: Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Маҷаллаи илмӣ. - 2019. - №8.-С.258 - 263.
3. *Восидов Ш.Ю., Нугмонов М., Ҷӯраев Х.Ш.* Ташаққули тафаккури алгоритмӣ дар донишҷӯён / Ш.Ю.Восидов, М. Нугмонов, Х.Ш. Ҷӯраев // - Душанбе: Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Маҷаллаи илмӣ. -2019. -№10. -С.239 - 243.
4. *Комилов Ф.С., Розӣ Т. (Шарипов), Мирзоев С.Ҳ., Қосимов И.Л., Раҳмонов З.Ф.* Технологияи иттилоотӣ. Китоби дарсӣ барои синфи 11. – Душанбе: «Ганҷ нашриёт», 2014. – 280 с.
5. *Ҷӯразода Х.Ш.* Моделсозӣ. – Душанбе: Хирадмандон. – 2025. – 192 сах.

НАҚШИ DISP ДАР ТАТБИҚИ МОДЕЛСОЗИИ МАТЕМАТИКӢ ВА КОМПЮТЕРИИ КРИТЕРИЯИ АЛГЕБРАВИИ УСТУВОРИЯТИ ГУРВИТС БО МУОДИЛАИ ХАРАКТЕРИСТИКИИ ТАРТИБИ СЕЮМ

Фишурда. Дар мақолаи додашуда нақши disp дар татбиқи моделсозии математикӣ ва компютерии критерияи алгебравии устуворияти Гурвитс бо муодилаи характеристикии тартиби сеюм муоина карда шудааст, ки ҳамчун таҳқиқоти илмӣ дар ҳалли масъалаҳои таълимии математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии бо усулҳои эҷодии илмӣ, техникӣ ва барномавӣ муоина гардидааст.

Ҳисоббарориҳои математикии критерияи алгебравии устуворияти Гурвитс бо муодилаи характеристикии тартиби сеюм аз рӯи муайянкунанадае ба анҷом расонида мешавад, ки он бо формулаи 3 ишора карда шудааст. Ҳангоми дохилкунии коэффитсиентҳо аз функсияи input истифода бурда шудааст. Барои табдилдиҳӣ бо муодилаҳо аз функсияи Transfer function истифода карда шудааст. Нақши disp дар модели математикӣ ва компютерие, ки доир ба критерияи алгебравии устуворияти Гурвитс бо муодилаи характеристикии тартиби сеюм оварда шудааст, натиҷагии онҳо ба таври ададӣ дар муҳити барномаи MATLAB амалӣ гардидааст ва бо намуди алгоритм пешниҳод шудааст ва аз операторҳои истифода бурда шудааст, ки се шарт ба масъала гузошташударо ба пуррагӣ қонеъ мекунонанд. Яъне, дар масъалаи додашуда се ҳолати система аз рӯи тартиби сеюм муоина карда шудааст. Истифодабарии муқоисакуниҳо дар ҳалли масъалаҳои таълимии физика, математика, геометрия ва дигар фанҳо ба ташаккулёбии тафаккури математикӣ ва абстрактӣ татқиқотчиён, муҳандисон, барномасозон таъсир расонида, қобилияти эҷодии онҳоро вусъат дода, ба фаъолияти эҷодии минбаъдаи онҳо мусоидат менамояд.

Калидвожаҳо: модел, моделсозӣ, компютер, критерия, устуворият, муодила, формула, коэффитсиент, система.

РОЛЬ DISP В РЕАЛИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО КРИТЕРИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ГУРВИЦА С ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ УРАВНЕНИЕМ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Аннотация. В представленной статье рассмотрена роль функции *disp* в реализации математического и компьютерного моделирования алгебраического критерия устойчивости Гурвица с характеристическим уравнением третьего порядка. Исследование выполнено как научный анализ применения математического моделирования в решении учебных задач по математике в

учреждениях высшего образования с использованием творческих, технических и программных методов.

Математические расчёты алгебраического критерия устойчивости Гурвица с характеристическим уравнением третьего порядка выполнены на основе определителя, указанных в формуле (3). При вводе коэффициентов использовалась функция *input*. Для преобразования уравнений применялась функция *Transfer function*.

Роль функции *disp* в математической и компьютерной модели, связанной с алгебраическим критерием устойчивости Гурвица, реализована численно в среде MATLAB. Результаты представлены в виде алгоритма с применением операторов, которые полностью удовлетворяют трём заданным условиям задачи. В исследовании проанализированы три состояния системы третьего порядка.

Использование сопоставлений и численных моделей в решении учебных задач по физике, математике, геометрии и другим дисциплинам способствует развитию логического и абстрактного мышления исследователей, инженеров и программистов, расширяет их творческий потенциал и стимулирует дальнейшую исследовательскую деятельность.

Ключевые слова: модель, моделирование, компьютер, критерий, устойчивость, уравнение, формула, коэффициент, система.

THE ROLE OF DISP IN THE IMPLEMENTATION OF MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING OF THE ALGEBRAIC HURWITZ STABILITY CRITERION WITH A THIRD-ORDER CHARACTERISTIC EQUATION

Annotation. This article examines the role of the *disp* function in implementing mathematical and computer modeling of the algebraic Hurwitz stability criterion with a third-order characteristic equation. The study is presented as a scientific investigation of the application of mathematical modeling in solving educational problems in higher education institutions using creative, technical, and software-based approaches.

The mathematical computations of the algebraic Hurwitz stability criterion with a third-order characteristic equation are performed based on a determinant specified in formula (3). The *input* function was used to enter the coefficients, while the *Transfer function* was applied for equation transformation.

The role of *disp* in the mathematical and computer model related to the algebraic Hurwitz stability criterion was numerically implemented in the MATLAB environment. The results were presented in the form of an algorithm using operators that fully satisfy the three conditions of the given problem. The study examined three system states of the third order.

The use of comparative and numerical modeling in solving educational problems in physics, mathematics, geometry, and other sciences contributes to the development of logical and abstract thinking among researchers, engineers, and programmers, enhances their creative potential, and promotes further innovative activity.

Keywords: model, modeling, computer, criterion, stability, equation, formula, coefficient, system.

Маълумот оиди муаллифон:

Шарофиддин Юсуфӣ - Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав, ассистенти кафедраи “Методикаи таълими математика (МТМ)”. **Суроға:** 735140, Ҷумҳурии Тоҷикистон, Бохтар, хиёбони Айнӣ, 67. **Телефон:** +992 919127413. **E-mail:** sharofiddinnnn@mail.ru

Восидов Шамсиддин Юсуфович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, н.и.п., муаллими калони кафедраи “Мошинҳои ҳисоббарор, системаҳо ва шабакаҳо”. **Суроға:** Ҷумҳурии Тоҷикистон, 734025, шаҳри Душанбе, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** +992 917 23 29 18. **E-mail:** shamsiddinnnn@mail.ru.

Умаров А.Н. - н.и.т., дотсенти кафедраи информатика ва телекоммуникатсияи Донишгоҳи давлатии Данғара, **Суроға:** Ҷумҳурии Тоҷикистон, Данғара, кӯч.Марказӣ 25. **Тел.:** (+992) 887-77-77-16. **E-mail:** anvarrr.1994@gmail.com.

Сведения об авторах: **Шарофиддин Юсуфи** – Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава, ассистент кафедры методики преподавания математики (МПМ). **Адрес:** 735140, Республика Таджикистан, г. Бохтар, пр. Айнӣ, 67. **Телефон:** +992 919127413. **E-mail:** sharofiddinnnn@mail.ru.

Восидов Шамсиддин Юсуфович – Таджикский национальный университет, к.п.н., старший преподаватель кафедры “Вычислительные машины, системы и сети”. **Адрес:** Республика Таджикистан, 734025, город Душанбе, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** +992 917 23 29 18. **E-mail:** shamsiddinnnn@mail.ru.

Умаров А.Н. – к.т.н., доцент кафедры информатики и телекоммуникации Дангаринского государственного университета. **Адрес:** Республика Таджикистан. Данғара, ул.Маркази 25. **Тел.:** (+992) 887-77-77-16. **E-mail:** anvarrr.1994@gmail.com.

Information about the authors:

Sharofiddin Yusufi - Bokhtar State University named after Nosir Khusrav, assistant of the department of methods of teaching mathematics (MPM). **Address:** 735140, Republic of Tajikistan, Bokhtar, prospect. Aini67. **Phone:** +992 919 12 74 13. **E-mail:** sharofiddinnnn@mail.ru.

Vosidov Shamsiddin Yusufovich - Tajik National University, Candidate of Pedagogical Sciences, Senior Lecturer at the Department of Computing Machines, Systems and Networks. **Address:** 17 Rudaki Avenue, Dushanbe, 734025, Republic of Tajikistan. **Phone:** +992 917 23 29 18. **E-mail:** shamsiddinnnn@mail.ru

Umarov A.N. – Ph.D., Associate Professor of the Department of Informatics and Telecommunications, Dangara State University. **Address:** Republic of Tajikistan. Dangara, 25 Markazi street. **Tel.:** (+992) 887-77-77-16. **E-mail:** anvarrr.1994@gmail.com.

Муқарриз: Каримов А.Ғ. – н.и.ф.-м., дотсенти кафедраи математикаи олии Донишгоҳи давлатии Данғара

Мақола ба редакция ворид шуд: 13.10.2025

Аз тақриз баргашт: 12.11.2025

Ба чоп тавсия шуд: 21.11.2025

ТАТБИҚИ СУММАҲОИ ТРИГОНОМЕТРӢ ДАР МАСЪАЛАИ ТАҚСИМШАВИИ ҚИСМҲОИ КАСРИИ ҚИМАТҲОИ БИСЁРАЪЗОГИИ ХАТТӢ, КИ АРГУМЕНТАШ АДАДҲОИ СОДАРО АЗ ФОСИЛАҲОИ КӢУТОҲ ҚАБУЛ МЕКУНАД

Исматов С.Н., Назрублов Н.Н.

Институти математикаи ба номи А. Чӯраеви АМИТ

Суммаи тригонометрӣ гуфта, чунин суммаи охириноки намуди зеринро меноманд:

$$S = \sum_{\Omega} e(F(x_1, x_2, \dots, x_r)), \quad (1)$$

ки дар он $F(x_1, x_2, \dots, x_r)$ – функцияи ҳақиқии дорои r тағйирёбанда буда, суммиронӣ аз рӯи ададҳои бутуни $(x_1, x_2, \dots, x_r)$ -и ягон соҳаи Ω -и фазои n – ченака гузаронида мешавад.

Ҳангоми омӯзиши суммаҳои (1) масъалаи асосӣ муайян кардани сарҳади болоии қимати мутлақи он мебошад. Миқдори нуқтаҳои бутун дар соҳаи Ω -ро бо T ифода мекунем. Азбаски қимати мутлақи ҳар як ҷамъшавандаи суммаи (1) ба 1 баробар аст, он гоҳ барои $|S|$ баҳои ғайритривиалии зеринро ҳосил мекунем:

$$|S| \leq T,$$

дар ин ҷо аломати баробарӣ танҳо дар ҳолате ҷой дорад, ки ҳамаи қиматҳои функцияи $F(x_1, x_2, \dots, x_r)$ ҳамон як қисми касриро дошта бошанд.

Аммо барои синфи хеле васеи функцияҳои $F(x_1, x_2, \dots, x_r)$ ва маҷмӯъҳои Ω барои $|S|$ сарҳади болоии нисбат ба баҳои ғайритривиалии зикршуда хеле дақиқтарро муқаррар кардан мумкин аст, яъне ба монанди

$$|S| \leq T\Delta,$$

ки дар он Δ ҳангоми афзоиши адади T (нуқтаҳои бутуни Ω) ва инчунин тағйирёбии имконпазири намуди функцияи $F(x_1, x_2, \dots, x_r)$ ба сифр майл мекунад. Ин зарбкунандаи Δ – ро, ки чунин сарҳадро аз баҳои тривиалӣ фарқ мекунонад, мутаносибан зарбкунандаи «пасткунанда» меноманд.

Суммаҳои тригонометрӣ бори аввал аз ҷониби Гаусс, ҳангоми исботи қонуни байниҳамдигарии тафриқҳои квадратӣ, дар математика ворид карда шудаанд. Ӯ хусусиятҳои асосии ба истилоҳ «суммаҳои Гаусс»-ро муфасссал таҳқиқ намуд. Баъдтар, суммаҳои тригонометрӣ ба як воситаи муассири ҳалли бисёр масъалаҳои асосии назарияи ададҳо табдил ёфтанд. Яке аз масъалаҳои марказӣ, ки ба чунин суммаҳо вобастагӣ доранд, ин ёфтани баҳоҳои

дақиқтарини бузургихои онҳо, яъне ёфтани сарҳадҳои болоии беҳтарини имконпазири қимати мутлақи онҳо мебошад.

Суммаҳое, ки Гаусс мавриди омӯзиш қарор дод, намуди зерин доштанд:

$$S = \sum_{x=1}^q e\left(\frac{ax^2}{q}\right), \quad (a, q) = 1.$$

Гаусс масъалаи рафтори суммаи $|S|$ - ро пурра ҳал намуда, барои он ифодаҳои аниқ ҳосил намуд.

Тадқиқоти минбаъда ба таҳлили суммаҳои пурраи ратсионалии тригонометрии намуди зерин бахшида шудааст:

$$S = \sum_{x=1}^q e\left(\frac{f(x)}{q}\right), \quad (2)$$

ки дар он $f(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x$, $n > 1$ ва $(a_n, \dots, a_1, q) = 1$ аст.

Суммаи Гаусс ҳолати хусусии умумитари суммаҳои намуди (2) мебошад.

Дар ҳолате, ки $q = p$ ва p адади сода аст, Л. Морделл [1, саҳ. 163] барои суммаҳои тригонометрии мувофиқ баҳои зеринро ба даст овард:

$$|S| < np^{1-\frac{1}{n}}.$$

Баъдтар А. Вейл [2, саҳ. 172], бо пайравӣ ба ғояи Х. Хассе [3, саҳ. 336], ин баҳоро такмил дода, баҳои беҳтарин ва дар ҳолати умумӣ баҳои беҳтарнашавандаро ба даст овард:

$$|S| < n\sqrt{p}.$$

Баҳои А. Вейл аз рӯйи тартиби афзоиш (барои n -и доимӣ), ҳангоми афзоиши p умуман беҳтарнашаванда мебошад, миқдори номаҳдуди ҳолатҳоро нишон додан мумкин аст, ки дар онҳо қимати мутлақи сумма аз $\sqrt{p}$ камтар намебошад.

Нахустин баҳоҳои суммаи (2), дар ҳолати модули таркибии q аз ҷониби Хуа Ло-кэн [4 саҳ. 305], [5, саҳ. 76] ба даст оварда шудаанд.

Ў нобаробарии зеринро исбот намуд:

$$|S| \leq c(n)q^{1-\frac{1}{n}}.$$

Ин нобаробарӣ аз он ҷиҳат ҷолиб аст, ки барои қимати қайдкардашудаи n , ҳангоми зиёд шудани q , қисми рости онро аз рӯйи тартиби афзоиш дигар ба таври ҷиддӣ беҳтар кардан мумкин нест.

Баъдтар, В.Н. Чубариков [6, саҳ. 63] баҳои қимати мутлақи суммаи тригонометрии ратсионалии каратиро ба даст овард.

Суммаи тригонометрии ратсионалӣ як ҳолати хусусии синфи умумитари суммаҳои намуди зерин мебошад:

$$S = S(\alpha_n, \dots, \alpha_1) = \sum_{m \leq P} e(f(m)), \quad (3)$$

ки дар он $f(m) = \alpha_n m^n + \dots + \alpha_1 m$ ва $\alpha_n, \dots, \alpha_1$ ададҳои ҳақиқии ихтиёрӣ мебошанд.

Аввалин усули умумии ҳосилкунии баҳоҳои ғайритривиалӣ барои суммаҳои намуди (3) аз ҷониби Герман Вейл [7, саҳ. 315] таҳия шудааст, ки ба ҳамин хотир чунин суммаҳоро одатан суммаҳои Вейл меноманд.

Ин усули таҳиягардида дар рушди назарияи ададҳо нақши муҳим бозида, имкон додааст, ки бори аввал як қатор масъалаҳои муҳими назариявӣ ҳал карда шаванд. Аз ҷумла, бо ёрии он қонуни тақсимшавии қисмҳои касрии қиматҳои бисёраъзогии $f(t)$ исбот шудааст, ки натиҷаи он тақсимшавии мунтазами онҳо бо модули 1 мебошад.

Камбудии асосии баҳои Г. Вейл ин аст, ки бо афзудани n дақиқии он босуръат коҳиш меёбад. Бо вучуди ин, ин баҳо дар рушди назарияи ададҳо нақши назаррас бозидааст: маҳз тавассути он аввалин роҳҳои ҳалли як қатор масъалаҳои муҳими ин соҳаи математика пайдо гардиданд. Яке аз чунин масъалаҳо масъалаи тақсимшавии қисмҳои касрии қиматҳои бисёраъзогии $f(t) = \alpha_n t^n + \dots + \alpha_1 t$ мебошад.

Соли 1934 И.М. Виноградов [8, саҳ 338], [9, саҳ. 216] дар назарияи аналитикии ададҳо методи навро кашф намуд. Ин метод на танҳо ҳалли масъалаҳоро, ки пештар бо истифодаи дигар муносибатҳо дида баромада мешуданд, ба таври назаррас мукамал сохт, балки роҳҳо ва имкониятҳои васеи дигарро барои ҳалли масъалаҳо ва муаммоҳои нави назарияи аналитикии ададҳо боз намуд. Ҷояи асосии методи И.М. Виноградов аз имконияти гирифтани баҳоҳои ғайритривиалӣ барои суммаҳои тригонометрии дукаратаи намуди зерин иборат мебошад:

$$W = \sum_{m \leq X} \sum_{n \leq Y} a(m)b(n)e(\alpha mn),$$

ки дар ин ҷо $a(m)$ ва $b(n)$ функцияҳои ихтиёрӣ қиматашон комплексӣ буда, α адади ҳақиқие мебошад, ки дар намуди зерин тасвир мегардад:

$$\alpha = \frac{a}{q} + \frac{\theta}{q^2}, \quad (a, q) = 1, \quad |\theta| \leq 1.$$

Чунин таркиб имконият медиҳад, ки барои ҳосил намудани баҳоҳои аниқии болоии бузургии W методҳои таҳлили математикӣ татбиқ карда шаванд ва ин бартарии калидии ин методро нишон медиҳад.

Дастоварди дигаре, ки бо татбиқи методи нав ба даст омад, баҳоҳои тамоман нави суммаҳои Вейл [10, саҳ. 8], [11, саҳ. 68], [12, саҳ. 11] ба ҳисоб мераванд. Асоси ин баҳоҳои навро ба истилоҳ «теорема оиди қимати миёна»-и И.М. Виноградов ташкил медиҳад. Соли 1935 И.М. Виноградов баҳои суммаҳои

Вейлро ба даст овард, ки онҳо ба теорема оиди қимати миёнаи суммаҳои тригонометрии зерин такя менамуданд:

$$S = S(\alpha_n, \dots, \alpha_1) = \sum_{x=1}^P e(f(x)),$$

ки дар ин ҷо $f(x) = \alpha_n x^n + \dots + \alpha_1 x$ ва $\alpha_n, \dots, \alpha_1$ коэффитсиентҳои ҳақиқии ихтиёрӣ мебошанд. Мухтавои асосии теорема оиди қимати миёна дар аз боло баҳо додани бузургии зерин ифода меёбад:

$$J = J_b = J_b(P) = \int_0^1 \dots \int_0^1 |S(\alpha_n, \dots, \alpha_1)|^{2b} d(\alpha_n, \dots, \alpha_1), \quad (4)$$

ки он қимати миёнаи қимати мутлақи суммаи S дар дараҷаи $2b$ мебошад.

Соли 1937 И.М. Виноградов дарёфт, ки бисёр суммаҳо бо ададҳои содари ба воситаи сумма ва фарқи микдори хурди дигар суммаҳо, ки барои онҳо баҳоҳои беҳтарро бо ёрии методи суммаҳои дукаратаи W ва воситаҳои ёрирасоне, ки бевосита ба назарияи функцияҳои $\zeta(s)$ ё L – қаторҳо алоқаманд нестанд, ифода кардан мумкин аст. Дар ҳолати хусусӣ, ба сифати чунин суммаҳо суммаи зерин баромад карда тавонист:

$$S' = \sum_{p \leq P} e(f(p)), \quad f(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha x,$$

ки он аналоги суммаи S буда, дар он суммиронӣ танҳо аз рӯи ададҳои содаи аз P калоннабуда гузаронида мешавад.

Дар аввал баҳои суммаи

$$\sum_{p \leq P} e(\alpha p),$$

ки ҳангоми $n = 1$ ва $f(x) = \alpha x$ будан, ҳолати хусусии суммаи S' мебошад, ёфта шуда буд. Ин баҳо, дар ҳамбастагии теоремаҳо доир ба тақсимшавии ададҳои сода дар прогрессияҳои арифметикӣ, ки фарқи онҳо аз функцияи аз P вобастаи афзуншавиаш суи калон нест, имконият доданд, ки аввалин маротиба барои адади $I(N)$ – тасвири адади тоқи N дар намуди суммаи се адади сода, яъне

$$N = p_1 + p_2 + p_3$$

формулаи асимптотии қатъӣ ҳосил карда шавад. Аз ин формула, ҳамчун натиҷаи хусусӣ, мавҷудияти чунин тасвирҳо барои ҳамаи ададҳои кифоя калони тоқ исбот карда шуд, ки он ҳалли ҳолати тернарии муаммои машҳури Голдбах [13, саҳ. 39] мебошад.

Баъдтар, дар ҳамон соли 1937, И.М. Виноградов бо ёрии мулоҳизаҳои дар боло зикршуда ва истифодаи самараноки методи Г. Вейл, баҳои суммаи S' -ро барои ҳолати $n > 1$ ҳосил намуд. Ин баҳо ба шакли баҳои суммаи S , ки бо методи Вейл гирифта шуда буд, наздик буд.

Дар давраи солҳои 1948 то 1956 ба воситаи ҳамин мулоҳизаҳо, вале ба ҷойи методи Вейл методи худро истифода бурда, И.М. Виноградов теоремаи умумии баҳои суммаи S' -ро исбот намуд, ки он ба теоремаи умумии Виноградов оиди баҳои суммаи S наздик мебошад.

Асоси методи И.М. Виноградов барои баҳои суммаҳо бо ададҳои содаро, дар қатори методи дар боло зикргардидаи суфтакунии суммаҳои дукарата ва теорема оиди қимати миёна, инчунин ғалбери Виноградов низ ташкил мекунад.

Натиҷаи баҳои суммаи S' бо ададҳои сода теорема дар бораи тақсимшавии қисмҳои касрии қиматҳои бисёраъзогии $f(p)$ мебошад, агар p ададҳои содаи пайдарпаёро қабул кунад, ки аз қимати додашудаи P калон нестанд.

Дар масъалаи тақсимшавии қисмҳои касрии $\{\alpha p\}$ И.М. Виноградов тавонист баҳои хеле дақиқтари суммаи тригонометриро нисбат ба ҳолати умумии тақсимшавии қисмҳои касрии $\{\alpha_n p^n + \dots + \alpha_1 p\}$ ба даст орад. Ӯ чунин теоремаро исбот намуд: агар K – адади бутун, $K \leq N$, α – адади ҳақиқӣ ва

$$\alpha = \frac{a}{q} + \frac{\theta}{q^2}, \quad (a, q) = 1, \quad 1 \leq q \leq N$$

бошад, он гоҳ

$$V_K(N) = \sum_{k=1}^K \left| \sum_{p \leq N} e(\alpha kp) \right| \ll KN^{1+\varepsilon} \left(\sqrt{\frac{1}{q} + \frac{q}{N}} + N^{-0,2} \right). \quad (5)$$

Аз ин ҷо бармеояд: барои дилхоҳ σ , $0 < \sigma \leq 1$, $F_\alpha(N, \sigma)$ – миқдори қиматҳои $\{\alpha p\}$, $p \leq N$, ки тобеи шарт $\{\alpha p\} < \sigma$ мебошад, бо формулаи зерин ифода карда мешавад:

$$F_\alpha(N, \sigma) = \sigma \pi(N) + R_\sigma(N), \quad R_\sigma(N) \ll \left(\sqrt{\frac{1}{q} + \frac{q}{N}} + N^{-0,2} \right).$$

Махсусан, агар α адади иррационалӣ бо қисмҳои нопурраи маҳдуд бошад, пас q -ро чунон интихоб кардан мумкин аст, ки тартиби он $\sqrt{N}$ бошад. Дар ин ҳолат, дар масъалаи тақсимшавии қисмҳои касрии $\{\alpha p\}$, ки дар он p ададҳои содаро аз фосилаҳои кӯтоҳ қабул мекунад, яъне барои $F_\alpha(N, H, \sigma) \sim$ миқдори узвҳои пайдарпайии $\{\alpha p\}$, ки $N - H < p \leq N$ ва $\{\alpha p\} < \sigma$ мебошад, бо дарназардошти он ки $F_\alpha(x, y, \sigma) = F_\alpha(x, \sigma) - F_\alpha(x - y, \sigma)$ аст, формулаи асимптотии зерин иҷро мешавад:

$$F_\alpha(N, H, \sigma) = \sigma (\pi(N) - \pi(N - H)) + O\left(N^{\frac{4}{5}+\varepsilon}\right),$$

ки он ҳангоми $N \gg H^{\frac{4}{5}+\varepsilon}$ будан ғайритривиалӣ мебошад.

Барои қиматҳои H , ки тартиби онҳо аз $N^{\frac{4}{5}+\varepsilon}$ камтар аст ва барои ҳар гуна α , масъалаи тақсимшавии қисмҳои касри $\{ap\}$, ки p аз фосилаи кӯтоҳи $(N - H, N]$ қимат қабул мекунад, ҳанӯз ҳалнашуда боқӣ монда буд.

Асоси баҳои (5)-ро «ғалбери Виноградов», инчунин баҳои ғайритривиалии суммаҳои тригонометрии намуди зерин ташкил мекунад:

$$W(x) = \sum_{k \leq K} \left| \sum_{F_1 < m \leq F_2} a(m) \sum_{\substack{G_1 < n \leq G_2 \\ mn \leq x}} b(n) e(\alpha kmn) \right|,$$

$$\alpha = \frac{a}{q} + \frac{\theta}{q^2}, \quad (a, q) = 1,$$

ки дар ин ҷо $a(m)$ ва $b(n)$ – функсияҳои ихтиёрии қиматашон комплексӣ, K, F, G – ададҳои натуралӣ ва $F \leq F_1 < F_2 \leq 2F$, $G \leq G_1 < G_2 \leq 2G$ мебошад.

И.М. Виноградов ҳангоми масъалаи тақсимшавии қисмҳои касри $\{ap\}$ -ро ба баҳодиҳии суммаҳои тригонометрии $V_K(N)$ овардан, мисли дигар масъалаҳои монанд, аз методи худ истифода бурд, ки асоси он лемма «дар бораи стаканчаҳо» мебошад.

Исмаилов С.Н. дар солҳои 2012 то 2015 бо ҳамроҳии роҳбари илмии худ, академик З.Ҳ. Раҳмонов, ба тадқиқи масъалаи тақсимшавии қисмҳои касри бисёрраъзогии хаттӣ, ки аргументаш ададҳои содаро аз фосилаҳои кӯтоҳ қабул мекунад, машғул шуда, дар ин самт як қатор натиҷаҳои муҳимро ба даст овард.

Исмаилов С.Н. таҳти роҳбарии академик З.Ҳ. Раҳмонов соли 2015 дар ҷаласаи шӯрои диссертатсионии Д 047.007.02-и назди Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон рисолаи номзадии худро дар самти ихтисоси 01.01.06 – мантиқи математикӣ, алгебра ва назарияи ададҳо, дар мавзӯи «Тақсимшавии қисмҳои касри қиматҳои бисёрраъзогии хаттӣ, ки аргументи он ададҳои содаро аз фосилаҳои кӯтоҳ қабул мекунад» дифоъ намуд.

Натиҷаҳои асосии корҳои илмӣ ӯ қисматҳои зеринро дар бар мегиранд:

- барои суммаҳои қиматҳои мутлақи суммаҳои кӯтоҳи тригонометрии хаттӣ бо ададҳои сода баҳои ғайритривиалӣ ба даст овард, ки ин баҳо умумисозии натиҷаи мувофиқи И.М. Виноградов дар ҳолати суммаҳои кӯтоҳи тригонометрӣ бо ададҳои сода мебошад;
- масъалаи тақсимшавии қисмҳои касри бисёрраъзогии хаттӣ, ки аргументи он ададҳои содаро аз фосилаҳои кӯтоҳ қабул мекунад, ба масъалаи баҳои қиматҳои мутлақи суммаҳои кӯтоҳи тригонометрии хаттӣ бо ададҳои сода оварда шуд;

- қонуни тақсимшавии қисмҳои касрии бисёраъзогии хаттӣ, ки аргументи он ададҳои содаро аз фосилаҳои кӯтоҳ қабул мекунад, барои ҳамаи коэффитсиентҳои ирратсионалӣ ё ратсионалӣ бо маҳраҷҳои калон, исбот карда шуд;
- шартҳои муайян карда шуданд, ки дар мавриди иҷро шудани онҳо, пайдарпайии қисмҳои касрии бисёраъзогии хаттӣ, ки аргументи он ададҳои содаро аз фосилаҳои кӯтоҳ қабул мекунад, мунтазам тақсимшуда мебошад.

Исмамов С.Н. инчунин баҳоҳои ғайритривиалии суммаҳои қиматҳои мутлақи суммаҳои дукаратаи кӯтоҳи тригонометрии намуди

$$W(x, y) = \sum_{k \leq K} \left| \sum_{F_1 < m \leq F_2} a(m) \sum_{\substack{G_1 < n \leq G_2 \\ x-y < mn \leq x}} b(n) e(\alpha kmn) \right|$$

-ро ба даст овард, ки суммаи $W(x, y)$ аз суммаи $W(x)$ бо роҳи иваз намудани шартҳои $mn \leq x$ ба шартҳои $x - y < mn \leq x$ ҳосил шуда, дар он $\sqrt{x} < y \leq x \mathcal{L}^{-1}$ ва $\mathcal{L} = \ln x q$ мебошад. Суммаи $W(x, y)$ аз суммаи «дароз»-и пурра ва суммаҳои, ки суммаҳои дукаратаи ташкил мекунанд ва аз рӯйи тартиб ба он «наздиқанд», таркиб ёфтааст.

Бо истифода аз ин натиҷаҳо барои суммаҳои модулҳои суммаҳои кӯтоҳи тригонометрии хаттӣ бо ададҳои сода $V_K(N, H)$, ки аз $V_K(N)$ бо иваз намудани шартҳои $p \leq N$ ба шартҳои $N - H < p \leq N$ ба даст меоянд, бо усули баҳодиҳиҳои суммаҳои тригонометрӣ бо ададҳои содаи И.М. Виноградов баҳои ғайритривиалии зерин ҳосил карда шуд:

Теоремаи 1. [14]. Бигзор K, H, N ва q – ададҳои натуралӣ, $K \leq H$, A – доими мутлақ, $\mathcal{L} = \ln N q$, α – адади ҳақиқӣ ва

$$\alpha = \frac{a}{q} + \frac{\theta}{q^2}, \quad (a, q) = 1, \quad \mathcal{L}^{4A+20} \leq q \leq \frac{KH^2}{N} \mathcal{L}^{-4A-20}$$

бошад. Он гоҳ, ҳангоми $H \gg N^{\frac{2}{3}} \mathcal{L}^{4A+16}$ будан, баҳои зерин дуруст аст:

$$V_K(N, H) = \sum_{k=1}^K \left| \sum_{N-H < p \leq N} e(\alpha kp) \right| \ll \frac{KH}{\mathcal{L}^{A+1}}.$$

Тавре дар боло зикр гардид, мафҳуми тақсимшавии мунтазами қиматҳои пайдарпайии ададӣ дар порчаро Г. Вейл [14, саҳ 940] ба математика ворид кардааст.

Ҷ асоси назарияи тақсимшавии мунтазамро гузошт, ки минбаъд дар назарияи ададҳо, назарияи функсияҳо ва механикаи классикӣ рушд ёфт.

Дар кори [15, саҳ. 197] барои қисмҳои касрии $\{\alpha t^n\}$, ҳангоми $x - y < t \leq x$ будан, исбот карда шудааст, ки: агар α адади ирратсионалӣ бошад, он

гоҳ пайдарпайии $\{\alpha t^2\}$, $x - y < t \leq x$, ҳангоми $y \geq \ln^3 x$, $y \rightarrow \infty$ будан, аз рӯйи модули 1 мунтазам тақсимишуда мебошад.

Дар кори [16, сах. 31-32] критерияи Г. Вейл оиди мунтазам тақсимшавии қисмҳои касрии $\{\alpha p\}$, ки аргументаш ададҳои содаро аз фосилаҳои кӯтоҳ қабул мекунад, ворид карда шудааст.

С.Н. Исмаилов теоремаи зеринро исбот намуд, ки масъалаи тақсимшавии қисмҳои касрии $\{\alpha p\}$, ки p ададҳои содаро аз фосилаҳои кӯтоҳи $(x - y, x]$ қабул мекунад, ба баҳои суммаҳои кӯтоҳи тригонометрӣ бо ададҳои сода $V_K(x, y)$ оварда мешавад.

Теоремаи 2. [17 сах. 11]. Бигзор $y \geq x^{0,534}$, $\mathcal{L} = \ln x$, $A > 1$ – доимии мутлақ, $M \geq \mathcal{L}^A$ ва $M_1 = M \ln \mathcal{L}^A$ бошад, он гоҳ барои $F_\alpha(x, y, \sigma)$ – миқдори узвҳои пайдарпайии $\{\alpha p\}$, ки $x - y < p \leq x$ ва $\{\alpha p\} < \sigma$ аст, формулаи асимптотики зерин дуруст аст:

$$F_\alpha(x, y, \sigma) - \sigma(\pi(x) - \pi(x - y)) \ll \frac{y \ln M}{\mathcal{L}^{A+1}} + \max_{K \leq M_1} \left(\frac{V_K(x, y)}{K} \mathcal{L} \right),$$

ки дар ин ҷо $\pi(x)$ миқдори ададҳои содаи аз x калоннабуд мебошад.

Аз теоремаҳои 1, 2 ва қонуни тақсимшавии ададҳои сода дар фосилаҳои кӯтоҳ, барои $F_\alpha(x, y, \sigma)$, ҳангоми $y \gg x^{\frac{2}{3}} \mathcal{L}^{4A+16}$ будан, формулаи асимптотики зерин ба даст меояд:

$$F_\alpha(x, y, \sigma) = \frac{\sigma y}{\mathcal{L}} + O\left(\frac{y}{\mathcal{L}^2}\right),$$

яъне пайдарпайии $\{\alpha p\}$, ки дар он $x - y < p \leq x$ буда, ҳангоми $y \gg x^{\frac{2}{3}} \mathcal{L}^{4A+16}$ будан ва $y \rightarrow \infty$, аз рӯйи модули 1 мунтазам тақсимишуда мебошад.

Теоремаи 1 оид ба баҳои ғайритривиалии суммаҳои кӯтоҳи тригонометрии хаттӣ бо ададҳои сода $V_K(N, H)$, ҳангоми $H \gg N^{\frac{2}{3}} \mathcal{L}^{4A+16}$ будан, дар ҳамбастагӣ бо теоремаи 2 имкон дод, то теоремаи зерин оиди қонуни тақсимшавии қисмҳои касрии $\{\alpha p\}$, ки дар он p ададҳои содаро аз фосилаҳои кӯтоҳи $(x - y, x]$ қабул мекунад, барои фосилаҳои боз ҳам кӯтоҳтар ва барои ҳамаи ададҳои иррационали α , инчунин ададҳои раціонали маҳраҷҳояшон калон, исбот карда шавад [18 сах. 348], [19 сах. 27].

Теоремаи 3. Бигзор x, y ва q – ададҳои натуралӣ, $A \geq 3$ – доимии мутлақ, $\mathcal{L} = \ln xq$, α – адади ҳақиқӣ ва

$$\alpha = \frac{a}{q} + \frac{\theta}{q^2}, \quad (a, q) = 1, \quad \mathcal{L}^{4A+20} \leq q \leq \frac{y^2}{x} \mathcal{L}^{-4A-20}$$

бошад. Он гоҳ барои $F_\alpha(x, y, \sigma)$ – миқдори узвҳои пайдарпайии $\{\alpha p\}$, ки дар он $x - y < p \leq x$ ва $\{\alpha p\} < \sigma$ аст, ҳангоми $y \gg x^{\frac{2}{3}} \mathcal{L}^{4A+16}$ будан, формулаи асимптотики зерин дуруст аст:

$$F_{\alpha}(x, y, \sigma) = \sigma (\pi(x) - \pi(x - y)) + O\left(\frac{y}{\mathcal{L}^A}\right).$$

Натиҷаҳои бадастовардаи Исматов С.Н. бо исботҳои қатъии математикӣ мучахҳаз гардонида шудаанд, ки онҳо ба истифодаи усулҳои муосири зерини назарияи аналитикии ададҳо асос ёфтаанд:

- усули И.М. Виноградов оид ба баҳоҳои суммаҳои тригонометрӣ бо ададҳои сода;
- усули баҳоҳои суммаҳои тригонометрии Г. Вейл;
- усулҳои таҳлили гармоникӣ.

Ин натиҷаҳо ва методикаи бадастории онҳо метавонанд дар ҳалли масъалаҳои назарияи аналитикии ададҳо, аз ҷумла дар масъалаи тақсимшавии қисмҳои касрии $\{\alpha_n p^n + \dots + \alpha_1 p\}$, ки дар он p ададҳои содаро аз фосолаҳои кӯтоҳ қабул мекунад, истифода шаванд.

Ин таҳлилҳо нишон медиҳанд, ки олимони тоҷик дар сатҳи илми ҷаҳонӣ саҳмгузор мебошанд ва дар баъзе мавридҳо ҳатто натиҷаҳои беҳтарро ба даст овардаанд. Дар назар аст, ки ин масъала дар оянда боз ҳам амиқтар мавриди омӯзиш ва таҳқиқ қарор дода шуда, натиҷаҳои назаррас ба даст оварда мешавад. Доир ба самтҳои дигари фаъолияти илмии академик З. Ҳ. Раҳмонов ва шогирдони ӯ аз қорҳои [20, саҳ. 107], [21, саҳ. 30], [22, саҳ. 827] ва [23, саҳ. 53] маълумоти бештар гирифтани мумкин аст.

Адабиёт

1. *Mordell L.J.* On a sum analogous to Gauss's sum // *Quart. J. Math.*, 1932. – Vol. 3. – Pp. 161 – 167.
2. *Weyl A.* Foundations of Algebraic Geometry // *Amer. Math. Soc. Colloquium Publ.*, 1947. – Vol. 29. – 363 p.
3. *Hasse H.* Abstrakte Begründung der komplexen Multiplication und Riemannsche Vermutung in Funktionalkörpern // *Abh. math. Sem. Univ. Hamburg*, 1934. – Vol. 10. – Pp. 325 – 348.
4. *Hua L.K.* On exponential sums // *J. Chinese Math. Soc.* 20 (1940). – Pp. 301 – 312.
5. *Хуа Ло-кэн.* Метод тригонометрических сумм и его применение в теории чисел. – М.: Мир, 1964. – 190 с.
6. *Чубариков В.Н.* О кратных рациональных тригонометрических суммах и кратных интегралах // *Математические заметки*, 1976. – Т. 20. – Вып. 1. – С. 61 – 68.
7. *Weyl H.* Über die Gleichverteilung von Zahlen mod. Eins // *Math. Ann.*, 1916. – Bd. 77. – S. 313 – 352.

8. *Виноградов И.М.* Новое решение проблемы Варинга // Доклады Академии наук СССР, 1934. – № 2. – С. 337 – 341.
9. *Виноградов И.М.* Избранные труды. – М.: Издательство АН СССР, 1952. – 436 с.
10. *Виноградов И.М.* Новый вариант вывода теоремы Варинга // Труды Математического института им. В.А. Стеклова, 1935. – № 9. – С. 5 – 16.
11. *Виноградов И.М.* Новый метод в аналитической теории чисел // Труды Математического института им. В.А. Стеклова, 1937. – Т. 10. – С. 5 – 122.
12. *Виноградов И.М., Карацуба А.А.* Метод тригонометрических сумм в теории чисел // Труды Математического института им. В.А. Стеклова, 1984. – Т. 168. – С. 4 – 30.
13. *Исмаилов С.Н.* Таҳқиқи муаммои Голдбах ва Варинг дар Тоҷикистони муосир // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, 2025. – № 2. – С. 34 – 45.
14. *Рахмонов З.Х., Рахмонов Ф.З., Исмаилов С.Н.* Оценка сумм коротких тригонометрических сумм с простыми числами // Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2013. – Т. 56. – № 12. – С. 937 – 945.
15. *Рахмонов З.Х.* Короткие тригонометрические суммы Г. Вейля // Ученые записки Орловского университета, серия естественные, технические и медицинские науки, 2012. – № 6. – Ч. 2. – С. 194 – 203.
16. *Исмаилов С.Н.* Распределение дробных частей линейного многочлена, аргумент которого принимает простые числа из коротких интервалов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук // Институт математики имени А. Джураева Академии наук Республики Таджикистан. – Душанбе, 2015. – 70 с.
17. *Исмаилов С.Н.* О распределении дробных частей $\{a p\}$, аргумент которого пробегает простые числа из короткого интервала // Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2014. – Т. 57. – № 1. – С. 9 – 14.
18. *Рахмонов З.Х., Исмаилов С.Н.* Распределение дробных частей $\{a p\}$, аргумент которого пробегает простые числа из короткого интервала // Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2014. – Т. 57. – № 5. – С. 347 – 350.
19. *Исмаилов С.Н.* Распределение дробных частей $\{a p\}$, аргумент которого пробегает простые числа из короткого интервала // Вестник Таджикского Национального Университета, серия естественных наук, 2015. – № 1/2. – С. 25 – 28.

20. *Исматов С.Н.* Аз таърихи тақсимшавии характерҳои Дирихле ва татбиқоти онҳо дар муаммоҳои гуногуни назарияи аналитикии ададҳо // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, 2025. – № 3. – С. 101 – 111.
21. *Исматов С.Н.* Таҳқиқи муаммои Варинг дар Тоҷикистони муосир // Паёми Донишгоҳи давлатии Данғара, бахши илмҳои табиӣ, 2024. – № 4 (30). – С. 28 – 36.
22. *Рахмонов З.Х., Назрублов Н.Н.* Проблема Варинга для пятых степеней с почти равными слагаемыми // Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2014. – Т. 57. – № 11 – 12. – С. 823 – 830.
23. *Исматов С.Н.* Муаммои Эстерман ва марҳилаҳои таҳқиқи он аз тарафи олимони тоҷик // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, 2025. – № 5. – С. 50 – 57.

ТАТБИҚИ СУММАҲОИ ТРИГОНОМЕТРӢ ДАР МАСЪАЛАИ ТАҚСИМШАВИИ ҚИСМҲОИ КАСРИИ ҚИМАТҲОИ БИСЁРАӢЗОГИИ ХАТӢ, КИ АРГУМЕНТАШ АДАДҲОИ СОДАРО АЗ ФОСИЛАҲОИ КӢТОҲ ҚАБУЛ МЕКУНАД

Ҷишурда. Дар мақола марҳилаҳои тадқиқи масъалаи тақсимшавии қисмҳои касрии қиматҳои бисёраъзогиҳои хаттӣ, ки аргументашон аз фосилаҳои кӯтоҳ қимати сода мегиранд, баррасӣ мегардад.

Диққати асосӣ ба натиҷаҳои аз тарафи намоёндагони мактаби назарияи ададҳо дар Тоҷикистон бадастовардашуда ва муқоисаи онҳо бо натиҷаҳои олимони сатҳи ҷаҳонӣ дода мешавад.

Калидвожаҳо: тақсимшавии мунтазам, қисмҳои касрӣ, суммаҳои тригонометрӣ, суммаҳои Вейл, фосилаҳои кӯтоҳ, формулаи асимптотӣ.

ПРИМЕНЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ СУММ К ЗАДАЧЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДРОБНЫХ ЧАСТЕЙ ЗНАЧЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ МНОГОЧЛЕНОВ, АРГУМЕНТЫ КОТОРЫХ ПРИНИМАЮТ ПРОСТЫЕ ЧИСЛА ИЗ КОРОТКИХ ИНТЕРВАЛОВ

Аннотация. В статье рассматриваются этапы исследования задачи распределения дробных частей значений линейных многочленов, аргументы которых принимают простые числа из коротких интервалов. Основное внимание уделяется результатам, полученным представителями школы теории чисел Таджикистана, и их сравнению с результатами учёных мирового уровня.

Ключевые слова: равномерное распределение, дробные части, тригонометрические суммы, суммы Вейля, короткие интервалы, асимптотическая формула.

APPLICATION OF TRIGONOMETRIC SUMS TO THE PROBLEM OF DISTRIBUTION OF FRACTIONAL PARTS OF VALUES OF LINEAR POLYNOMIALS WHOSE ARGUMENTS ARE PRIME NUMBERS FROM SHORT INTERVALS

Annotation. The article examines the stages of studying the problem of the distribution of fractional parts of the values of linear polynomials whose arguments are prime numbers from short intervals. The main focus is on the results obtained by representatives of the Tajik school of number theory and their comparison with the findings of leading international scholars.

Keywords: uniform distribution, fractional parts, trigonometric sums, Weyl sums, short intervals, asymptotic formula.

Маълумот дар бораи муаллифон:

Исмамов Сайфулло Немамович – номзади илмҳои физикаю математика, ходими калони илмии Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Телефон:** (+992) 904-409-200, (+992) 93-567-78-52. **E-mail:** saifullo@mail.ru.

Назрублов Насрулло Нурубловӣ – номзади илмҳои физикаю математика, мудири шӯбаи алгебра, назарияи ададҳо ва топологияи Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734063, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, кӯчаи Айнӣ, 299/4, Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви АМИТ. **Телефон:** (+992) 904-409-200, (+992) 93-567-78-52. **E-mail:** nasrullo_86@bk.ru.

Сведения об авторах:

Исмамов Сайфулло Немамович – к.ф.-м.н., старший научный сотрудник Института математики имени А. Джуроева, АМИТ. **Телефон:** (+992) 904-409-200, (+992) 93-567-78-52. **E-mail:** saifullo@mail.ru.

Назрублов Насрулло Нурубловӣ – к.ф.-м.н., заведующий отделом алгебры, теории чисел и топологии Института математики имени А. Джуроева, АМИТ. **Адрес:** 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айнӣ, 299/4, Институт математики имени А. Джуроева НАНТ. **Телефон:** (+992) 918-91-32-10. **E-mail:** nasrullo_86@bk.ru.

Information about the authors:

Ismatov Sayfullo Nematovich – candidate of physical and mathematical sciences, senior researcher at the department of applied mathematics and mechanics A. Dzhuraev Institute of mathematics of National Academy of sciences of Tajikistan. **Phone:** (+992) 904-409-200, (+992) 93-567-78-52. **E-mail:** saifullo@mail.ru.

Nazrublov Nasrullo Nurublovich – candidate of physical and mathematical sciences, Head of the department of algebra, theory of numbers and topology of the A. Dzhuraev Institute of mathematics of National Academy of sciences of Tajikistan. **Address:** 734063, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Ayni st., 299/4, A. Dzhuraev Institute of mathematics of National Academy of sciences of Tajikistan. **Phone:** (+992) 918-91-32-10. **E-mail:** nasrullo_86@bk.ru.

Муқарриз: Аминов А.С. – н.и.ф.м., дотсент, ходими калони илмии шӯбаи тарҳрезии математикии Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви АМИТ

Мақола ба редакция ворид шуд: 17.10.2025

Аз тақриз баргашт: 14.11.2025

Ба чоп тавсия шуд: 22.11.2025

**ТАСВИРИ ҲАЛЛИ УМУМӢ ВА МАСЪАЛАИ ХАТТӢ-ҲАМРОҲШАВӢ
БАРОИ МУОДИЛАИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ОДӢ БО НУҚТАҲОИ
КАНОРИИ СИНГУЛЯРӢ, СИНГУЛЯРНОКИАШ БАЛАНД ВА
ДОХИЛИИ СИНГУЛЯРНОКИАШ ПАСТ**

Охунзода Н.Қ., Олимӣ А.Ғ.

Донишгоҳи давлатии Хучанд ба номи академик Б.Ғафуров

Муодилаи

$$A_{(\alpha),(b)}^n y = f(x) \prod_{i=1}^3 |x - b_i|^{-\alpha_i}, \quad (1)$$

– ро дар маҷмӯи $\Gamma_{(b)} = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ – и тири ададии ҳақиқӣ дида мебароем, ки дар ин ҷо $\Gamma_i = (b_i, b_{i+1})$, $i = 1, 2$,

$$A_{(\alpha),(b)} y \equiv y' + p(x) \left(\prod_{i=1}^3 |x - b_i|^{-\alpha_i} \right) y - q(x) \prod_{i=1}^3 |x - b_i|^{-\alpha_i},$$

$(b) = \{b_1, b_2, b_3\}$, $b_1 < b_2 < b_3$, $(\alpha) = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$, $\alpha_1 = 1$, $0 < \alpha_2 < 1$, $\alpha_3 > 1$, n – адади натуралӣ, $p(x)$, $q(x)$ ва $f(x)$ – функсияҳои маълуми дар порчаи $\overline{\Gamma_{(b)}}$, шояд ба ғайр аз нуқтаҳои b_i бифосилаанд, ки дар ҳуди ин нуқтаҳо каниши навъи якум дошта метавонанд, инчунин мувофиқан $p(b_i \pm 0) \neq 0$ фарз карда мешавад.

Муодилаҳои дифференсиалии оддӣ бо як ё якчанд нуқтаҳои махсуси тартибашон гуногун дар як қатор корҳо омӯхта шудаанд, масалан, [1-7].

Натиҷаҳои дар корҳои [5, с.14], [6, с.142-143] ва [7, с.29] гирифташударо истифода бурда исботи тасдиқоти зеринро ҳосил мекунем:

Теоремаи 1. Бигзор x_i^0 – нуқтаи қайдишудаи фосилаи Γ_i ва $\Gamma_i^1 = (b_i, x_i^0]$, $\Gamma_i^2 = [x_i^0, b_{i+1})$ бошад. Аз функсияҳои

$$p_i^1(x) = p(x) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^3 |x - b_k|^{-\alpha_k}, \quad p_i^2(x) = p(x) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i+1}}^3 |x - b_k|^{-\alpha_k}, \quad i = 1, 2$$

$p_1^1(x)$ дар аснои $x \rightarrow b_1 + 0$ шарти зерини Гёлдер

$$|p_1^1(x) - p_1^1(b_1 + 0)| \leq H_1^1 (x - b_1)^{h_1^1}, \quad H_1^1 - \text{доимӣ} > 0, \quad 0 < h_1^1 \leq 1,$$

ва $p_2^2(x)$ дар аснои $x \rightarrow b_3 - 0$ шарти

$$|p_2^2(b_3 - 0) - p_2^2(x)| \leq H_2^2(b_3 - x)^{h_2^2}, \quad H_2^2 - \text{доимй} > 0, \quad h_2^2 > \alpha_3 - 1,$$

-ро қонеъ гардонад ва $p(b_1 + 0) > 0, p(b_3 - 0) < 0$ бошад.

Он гоҳ ҳалли умумии муодилаи (1) ва дараҷаҳои оператори $A_{(\alpha),(b)}$ аз он дар маҷмӯи $\Gamma_{(b)}$ бо ёрии формулаи зерин ифода меёбанд:

$$A_{(\alpha),(b)}^s y = \begin{cases} K_{b_1,s}^{1,+} [p_1^1(x), q_1^1(x), f_1^1(x), C_{1s}^1, C_{1(s+1)}^1, \dots, C_{1(n-1)}^1] \text{ ҳангоми } x \in \Gamma_1^1 \\ I_{b_2,s}^{\alpha_2,-} [p_1^2(x), q_1^2(x), f_1^2(x), C_{1s}^2, C_{1(s+1)}^2, \dots, C_{1(n-1)}^2] \text{ ҳангоми } x \in \Gamma_1^2 \\ I_{b_2,s}^{\alpha_2,+} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_2^1(x), C_{2s}^1, C_{2(s+1)}^1, \dots, C_{2(n-1)}^1] \text{ ҳангоми } x \in \Gamma_2^1 \\ K_{b_3,s}^{\alpha_3,-} [p_2^2(x), q_2^2(x), f_2^2(x), C_{2s}^2, C_{2(s+1)}^2, \dots, C_{2(n-1)}^2] \text{ ҳангоми } x \in \Gamma_2^2, \end{cases} \quad (2)$$

ки дар ин ҷо

$$\begin{aligned} K_{b_1,s}^{1,+} [p_1^1(x), q_1^1(x), f_1^1(x), C_{1s}^1, C_{1(s+1)}^1, \dots, C_{1(n-1)}^1] &= (x - b_1)^{-p_1^1(b_1+0)} \times \\ &\times \exp \left[-w_{p_1^1, b_1}^{1,+} (x) \right] \left\{ \int_{b_1}^x F_s [x - \xi, q_1^1(\xi), f_1^1(\xi)] (\xi - b_1)^{p_1^1(b_1+0)-1} \times \right. \\ &\times \exp \left[w_{p_1^1, b_1}^{1,+} (\xi) \right] d\xi + \sum_{j=s}^{n-1} C_{1j}^1 \frac{(x - b_1)^{j-s}}{(j-s)!} \Bigg\}, \\ I_{b_2,s}^{\alpha_2,-} [p_1^2(x), q_1^2(x), f_1^2(x), C_{1s}^2, C_{1(s+1)}^2, \dots, C_{1(n-1)}^2] &= \\ = \exp \left[u_{p_1^2, b_2}^{\alpha_2,-} (x) \right] \left\{ (-1)^s \sum_{j=s}^{n-1} C_{1j}^2 \frac{(b_2 - x)^{j-s}}{(j-s)!} - \int_x^{b_2} F_s [x - \xi, q_1^2(\xi), f_1^2(\xi)] \times \right. \\ &\times (b_2 - \xi)^{-\alpha_2} \exp \left[-u_{p_1^2, b_2}^{\alpha_2,-} (\xi) \right] d\xi \Bigg\}, \\ I_{b_2,s}^{\alpha_2,+} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_2^1(x), C_{2s}^1, C_{2(s+1)}^1, \dots, C_{2(n-1)}^1] &= \\ = \exp \left[-u_{p_2^1, b_2}^{\alpha_2,+} (x) \right] \left\{ \int_{b_2}^x F_s [x - \xi, q_2^1(\xi), f_2^1(\xi)] (\xi - b_2)^{-\alpha_2} \exp \left[u_{p_2^1, b_2}^{\alpha_2,+} (\xi) \right] d\xi + \right. \\ &+ \sum_{j=s}^{n-1} C_{2j}^1 \frac{(x - b_2)^{j-s}}{(j-s)!} \Bigg\}, \\ K_{b_3,s}^{\alpha_3,-} [p_2^2(x), q_2^2(x), f_2^2(x), C_{2s}^2, C_{2(s+1)}^2, \dots, C_{2(n-1)}^2] &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \exp \left[-p_2^2(b_3 - 0) \omega_{b_3}^{\alpha_3, -}(x) - w_{p_2^2, b_3}^{\alpha_3, -}(x) \right] \times \\
&\times \left\{ (-1)^s \sum_{j=s}^{n-1} C_{2j}^2 \frac{(b_3 - x)^{j-s}}{(j-s)!} - \int_x^{b_3} F_s[x - \xi, q_2^2(\xi), f_2^2(\xi)] \times \right. \\
&\times (b_3 - \xi)^{-\alpha_3} \exp \left[p_2^2(b_3 - 0) \omega_{b_3}^{\alpha_3, -}(\xi) + w_{p_2^2, b_3}^{\alpha_3, -}(\xi) \right] d\xi \left. \right\},
\end{aligned}$$

$$F_s[x - \xi, \varphi(\xi), \theta(\xi)] = \sum_{j=0}^{n-s-1} \frac{(x - \xi)^j}{j!} \varphi(\xi) + \frac{(x - \xi)^{n-s-1}}{(n-s-1)!} \theta(\xi),$$

$$s = 0, 1, \dots, n-1,$$

$$q_i^1(x) = q(x) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^3 |x - b_k|^{-\alpha_k}, \quad q_i^2(x) = q(x) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i+1}}^3 |x - b_k|^{-\alpha_k}, \quad i = 1, 2,$$

$$f_i^1(x) = f(x) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^3 |x - b_k|^{-\alpha_k}, \quad f_i^2(x) = f(x) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i+1}}^3 |x - b_k|^{-\alpha_k}, \quad i = 1, 2,$$

$$w_{p_1^1, b_1}^{1,+}(x) = \int_{b_1}^x \frac{p_1^1(t) - p_1^1(b_1 + 0)}{t - b_1} dt, \quad w_{p_2^2, b_3}^{\alpha_3, -}(x) = \int_x^{b_3} \frac{p_2^2(b_3 - 0) - p_2^2(t)}{(b_3 - t)^{\alpha_3}} dt,$$

$$\omega_{b_3}^{\alpha_3, -}(x) = [(\alpha_3 - 1)(b_3 - x)^{\alpha_3 - 1}]^{-1},$$

$$u_{p_1^2, b_2}^{\alpha_2, -}(x) = \int_x^{b_2} \frac{p_1^2(t)}{(b_2 - t)^{\alpha_2}} dt, \quad u_{p_2^1, b_2}^{\alpha_2, +}(x) = \int_{b_2}^x \frac{p_2^1(t)}{(t - b_2)^{\alpha_2}} dt,$$

$C_{ij}^1, C_{ij}^2, i = 1, 2, j = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ бошанд, доимиҳои ихтиёрианд, ки гурӯҳҳои ба фосилаи $\Gamma_i, i = 1, 2$ мувофиқи онҳо бо ёрии с.м.а.х. (системаи муодилаҳои алгебравии хаттӣ) - и муайяни секунҷагии

$$\begin{aligned}
&K_{b_1, s}^{1,+} [p_1^1(x), q_1^1(x), f_1^1(x), C_{1s}^1, C_{1(s+1)}^1, \dots, C_{1(n-1)}^1]_{x=x_1^0} = \\
&= I_{b_2, s}^{\alpha_2, -} [p_1^2(x), q_1^2(x), f_1^2(x), C_{1s}^2, C_{1(s+1)}^2, \dots, C_{1(n-1)}^2]_{x=x_1^0}, \\
&I_{b_2, s}^{\alpha_2, +} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_2^1(x), C_{2s}^1, C_{2(s+1)}^1, \dots, C_{2(n-1)}^1]_{x=x_2^0} =
\end{aligned} \tag{3}$$

$$= K_{b_3, s}^{\alpha_3, -} [p_2^2(x), q_2^2(x), f_2^2(x), C_{2s}^2, C_{2(s+1)}^2, \dots, C_{2(n-1)}^2]_{x=x_2^0}, \quad s = 0, 1, \dots, n-1$$

ба таври якқимата пайваст мебошанд.

Қайди 1. Ба ҷои ҳамҷоягии овардашудаи аломатҳои ададҳои $p(b_1 + 0)$, $p(b_3 - 0)$ ҳамҷоягии ихтиёрии дигари аломатҳои онҳо иҷро шуданаш ҳам мумкин аст. Дар ин асно, агар $p(b_1 + 0) < 0$ бошад, он гоҳ барои ҷой доштани теоремаи 1 талаб карда мешавад, ки функцияҳои $q(x)$ ва $f(x)$ ҳангоми $x \rightarrow b_1 + 0$ мувофиқан баробариҳои асимптотии зеринро қонеъ гардонанд:

$$q(x) = o[(x - b_1)^{\beta_1^1}], \quad f(x) = o[(x - b_1)^{\gamma_1^1}], \quad \beta_1^1, \gamma_1^1 > -p_1^1(b_1 + 0);$$

агар $p(b_3 - 0) > 0$ бошад, он гоҳ талаб карда мешавад, ки функцияҳои $q(x)$ ва $f(x)$ ҳангоми $x \rightarrow b_3 - 0$ мувофиқан баробариҳои асимптотии зеринро қонеъ гардонанд:

$$\exp[p_2^2(b_3 - 0)\omega_{b_3}^{\alpha_3, -}(x)] q(x) = o[(b_3 - x)^{\beta_2^2}],$$

$$\exp[p_2^2(b_3 - 0)\omega_{b_3}^{\alpha_3, -}(x)] f(x) = o[(b_3 - x)^{\gamma_2^2}], \quad \beta_2^2, \gamma_2^2 > \alpha_3 - 1.$$

Қайди 2. Аз формулаи (2) бевосита баробариҳои зерин ҳосил мешаванд:

$$[(x - b_1)^{p_1^1(b_1+0)} A_{(\alpha), (b)}^s y]_{x=b_1+0} = C_{1s}^1,$$

$$[A_{(\alpha), (b)}^s y]_{x=b_2-0} = (-1)^s C_{1s}^2,$$

$$[A_{(\alpha), (b)}^s y]_{x=b_2+0} = C_{2s}^1, \quad (4)$$

$$\left\{ \exp[p_2^2(b_3 - 0)\omega_{b_3}^{\alpha_3, -}(x)] A_{(\alpha), (b)}^s y \right\}_{x=b_3-0} = (-1)^s C_{2s}^2, \quad s = 0, 1, \dots, n-1.$$

Бо ёрии ин баробариҳо аз рӯи ҳалли маълуми муодилаи (1), ки бо формулаи (2) ифода мешавад, доимиҳои ба он мувофиқ якқимата ёфта мешаванд.

Формулаҳои (2) ва (4) ба тадқиқ кардани масъалаи зерин имконият медиҳанд:

Масъалаи 1. Ҳалли муодилаи (1) ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ мегардонад:

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=0}^{n-1} b_{kj} \left[(x - b_1)^{p_1^1(b_1+0)} A_{(\alpha),(b)}^j y \right]_{x=b_1+0} + \\
& + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(n+j)} [A_{(\alpha),(b)}^j y]_{x=b_2-0} + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(2n+j)} [A_{(\alpha),(b)}^j y]_{x=b_2+0} + \\
& + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(3n+j)} \left\{ \exp \left[p_2^2(b_3 - 0) \omega_{b_3}^{\alpha_3, -}(x) \right] A_{(\alpha),(b)}^j y \right\}_{x=b_3-0} = \varepsilon_k, \quad (5)
\end{aligned}$$

ки дар ин ҷо b_{kj} ва $\varepsilon_k, k = 1, 2, \dots, 2n, j = 0, 1, 2, \dots, 4n - 1$ – ададҳои ҳақиқии дода шудаанд.

Формулаи (2) – ро ба системаи (5) тобеъ карда, дар асоси баробариҳои (4) ба с.м.а.х. – и зерин мегузарем:

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=0}^{n-1} b_{kj} C_{1j}^1 + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(n+j)} (-1)^j C_{1j}^2 + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(2n+j)} C_{2j}^1 + \\
& + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(3n+j)} (-1)^j C_{2j}^2 = \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, 2n, \quad (6)
\end{aligned}$$

ки аз он бо истифода аз с.м.а.х. – и (3) пайдарпай бо навбат гурӯҳҳои номаълумҳои зерини а) C_{1j}^2, C_{2j}^2 ; б) C_{1j}^2, C_{2j}^1 ; в) C_{1j}^1, C_{2j}^2 ; г) C_{1j}^1, C_{2j}^1 , $j = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ – ро хориҷ карда, нисбат ба гурӯҳҳои номаълумҳои а) C_{1j}^1, C_{2j}^1 ; б) C_{1j}^1, C_{2j}^2 ; в) C_{1j}^2, C_{2j}^1 ; г) C_{1j}^2, C_{2j}^2 мувофиқан чор системаи $2n$ муодилаҳо бо $2n$ номаълумҳоро ҳосил мекунем ва онҳоро чун (ба), (бб), (бв), (бг) ишорат мекунем. Ба монанди кори [7, с. 34] фаҳмидан мумкин аст, ки системаҳои (ба), (бб), (бв), (бг) якҷоя бо (3) ба системаи (6) ва бинобар ин байни якдигар баробарқувва мебошанд.

Омӯзиши ин системаҳо [8, с. 83] моро ба хулосаи зерин оид ба ҳалшавандагии масъалаи 1 меорад:

Теоремаи 2. Бигзор шартҳои теоремаи 1 ҷой дошта бошанд.

1). Агар яке аз системаҳои (ба), (бб), (бв) ё (бг) ҳамҷоя ва муайян бошад, он гоҳ масъалаи 1 ҳалли ягона дорад, ки аз формулаи (2) дар вақти ба ҷои доимиҳои ихтиёрӣ ҳалли яке аз системаҳои (ба), (бб), (бв) ва (бг) – и якҷоя бо системаҳои (3) гирифта шударо гузоштан ҳосил мегардад;

2). Агар яке аз системаҳои (ба), (бб), (бв) ё (бг) ҳамаҷоя ва номуайян бошад, он гоҳ масъалаи 1 ҳалли бешумор дорад ва ҳалли умумии он аз рӯи ҳалли яке аз системаҳои (ба), (бб), (бв) ва (бг) – и яқҷоя бо системаҳои (3) гирифта шуда, бо формулаи (2) ифода мешавад, ки аз $2n - r$ (r – ранги системаҳои болоӣ) доимиҳои ихтиёрӣ вобаста мебошад;

3). Агар яке аз системаҳои (ба), (бб), (бв) ё (бг) ноҳамаҷоя бошад, он гоҳ ҳар яки ин системаҳо яқҷоя бо системаҳои (3) ноҳамаҷоя мешавад ва бинобар ин масъалаи 1 ҳал надорад.

Адабиёт

1. *Rajabov N.* Introduction to ordinary differential equations with singular and super-singular coefficients / *N.Rajabov.* – Dushanbe: TSNU, 1998. – 160pp.
2. *Раджабов Н.* Интегральные представления и задачи типа линейного сопряжения для модельной системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с одной внутренней сверхсингулярной точкой / *Н.Раджабов, О.И. Меликов* // Вестник Таджикского Государственного Национального Университета. – 2008, №1(48). – С. 19-31.
3. *Дадоджонова М.Я.* Интегральные представления решений для одного уравнения, полученного итерированием обыкновенного дифференциального оператора первого порядка с сингулярной точкой / *М.Я. Дадоджонова, Н.Р. Раджабов, А.Г. Олимов* // Вестник педагогического университета. Издание Таджикского государственного педагогического университета им. Садриддина Айни. – 2013, №5(54). – С. 39-43.
4. *Дадоджонова М.Я.* Интегральное представление задачи Коши-Рикье и типов линейного сопряжения для одного уравнения, полученного итерированием обыкновенного дифференциального оператора первого порядка с внутренней сверхсингулярной точкой / *М.Я. Дадоджонова, А.Г. Олимов* // Вестник Таджикского Национального Университета. Серия естественных наук. – 2016, 1/1(192). – С. 88-93.
5. *Олими А.Г.* Задача типа линейного сопряжения для операторно - дифференциального уравнения с двумя граничными и одной внутренней сингулярными точками / *А.Г. Олими, Н.К. Охунов* // Учёные записки Худжандского государственного университета им. академика Б. Гафурова. Естественные и экономические науки. – 2022, №4 (63). – С. 12-20.

6. *Олими А.Г.* Представление общего решения в интегральном виде и граничные задачи для одного обыкновенного операторно - дифференциального уравнения с тремя слабо сингулярными точками / *А.Г. Олими, Н.К. Охунов* // Вестник Таджикского Национального Университета. Серия естественных наук. – 2022, №3. – С.141-159.
7. *Олими А.Г.* Формула представления общего решения и граничные задачи для обыкновенного дифференциального уравнения специального типа с двумя внутренними сингулярными и правой граничной сверхсингулярной точками / *А.Г. Олими, Н.К. Охунзода* // Вестник Таджикского Национального Университета. Серия естественных наук. – 2025, №1. – С. 28-38.
8. *Окунев Л.Я.* Высшая алгебра: учебник / *Л.Я. Окунев.* – 3-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2021. – 336 с.

**ТАСВИРИ ҲАЛЛИ УМУМӢ ВА МАСЪАЛАИ ХАТӢ-ҲАМРОҲШАВӢ БАРОИ
МУОДИЛАИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ОДӢ БО НУҚТАҲОИ КАНОРИИ
СИНГУЛЯРӢ, СИНГУЛЯРНОКИАШ
БАЛАНД ВА ДОХИЛИИ СИНГУЛЯРНОКИАШ ПАСТ**

Фишурда. Дар мақола муодилаи дар натиҷаи n - маротиба итеронидани оператори дифференсиалии оддии тартиби якум бо нуқтаҳои канории сингулярӣ, сингулярнокиаш баланд ва дохилии сингулярнокиаш паст ҳосилшуда омӯхта шудааст. Тасвири интегралӣ ҳалли умумии муодила ёфта шудааст, ки аз n доимиҳои ихтиёрӣ вобаста мебошад. Баробариҳои муҳим ёфта шудаанд, ки барои тасвир формулаҳои баргардонӣ мебошанд. Формулаи ёфташудаи ҳалли умумӣ дар муайян кардани гузориш ва тадқиқи ҳалшавандагии масъалаи намуди хаттӣ-ҳамроҳшавӣ татбиқ карда шудааст. Тадқиқи масъала мазкур ба тадқиқи системаи муодилаҳои хаттии алгебравӣ оварда, ҳулосаи умумӣ оид ба ҳалшавандагии он бо ёрии назарияи умумии системаҳои муодилаҳои хаттии алгебравӣ ҳосил карда шудааст.

Вожаҳои калидӣ: муодилаи дифференсиалии оддии намуди махсус, нуқтаҳои сингулярӣ, сингулярнокии паст ва сингулярнокии баланд, тасвири интегралӣ ҳалли умумӣ, масъалаи намуди хаттӣ-ҳамроҳшавӣ, системаи муодилаҳои хаттии алгебравӣ.

ОПИСАНИЕ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ И ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ГРАНИЧНЫМИ СИНГУЛЯРНЫМИ ТОЧКАМИ, ВЫСОКОЙ СТЕПЕНЬЮ СИНГУЛЯРНОСТИ И НИЗКОЙ ВНУТРЕННЕЙ СИНГУЛЯРНОСТЬЮ

Аннотация. В статье исследуется уравнение, полученное в результате n -кратного итерирования обыкновенного дифференциального оператора первого порядка с сингулярными граничными точками, обладающее высокой степенью сингулярности и низкой внутренней сингулярностью. Получено интегральное представление общего решения уравнения, зависящее от n произвольных постоянных. Установлены важные равенства, которые служат формулами обращения представления. Полученная формула представления общего решения применяется для постановки и исследования разрешимости задачи типа линейного сопряжения. Исследование данной задачи сводится к исследованию системы линейных алгебраических уравнений и общее заключение об ее разрешимости получено с помощью общей теории систем линейных алгебраических уравнений.

Ключевые слова: обыкновенное дифференциальное уравнение специального типа, сингулярная, слабо сингулярная и сверхсингулярная точка, интегральное представление общего решения, задача типа линейного сопряжения, система линейных алгебраических уравнений.

REPRESENTATION OF A GENERAL SOLUTION AND A LINEAR CONJUGATION TYPE PROBLEM FOR AN ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION WITH BOUNDARY SINGULAR, SUPERSINGULAR, AND INTERIOR WEAKLY SINGULAR POINTS

Annotation. The article studies an equation obtained by n -fold iteration of an ordinary first-order differential operator with boundary singular, supersingular, and interior weakly singular points. An integral representation of the general solution of the equation, depending on n arbitrary constants, is obtained. Important equalities have been established, which serve as formulas for the reversal of representation. The obtained formula for representing the general solution is used to formulate and study the solvability of a linear conjugation type problem. The study of this problem is reduced to the study of a system of linear algebraic equations, and a general conclusion on its solvability is obtained using the general theory of systems of linear algebraic equations.

Keywords: ordinary differential equation of a special type, singular, weakly singular and supersingular point, integral representation of a general solution, linear conjugation type problem, system of linear algebraic equations.

Маълумот дар бораи муаллифон:

Охунзода Нозимҷон Қобил – муаллими калони кафедраи анализи математикии Донишгоҳи давлатии Хуҷанд ба номи академик Б. Ғафуров. **Суроға:** 735700, Ҷумҳурии

Тоҷикистон, ш. Хуҷанд, гузаргоҳи Мавлонбеков 1. **Телефон:** +992 92 850 04 53. **E-mail:** okhunov_73@mail.ru.

Олимӣ Абдуманон Гафзорзода – номзади илмҳои физика-математика, дотсент, дотсенти кафедраи анализи математикии Донишгоҳи давлатии Хуҷанд ба номи академик Б. Гафуров. **Суроға:** 735700, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Хуҷанд, гузаргоҳи Мавлонбеков 1. **Телефон:** +992 92 623 50 74, **E-mail:** Abdumanon1950@mail.ru.

Сведения об авторах:

Охунзода Нозимджон Кобил – старший преподаватель кафедры математического анализа Худжандского государственного университета имени академика Б. Гафурова. **Адрес:** 735700, Республика Таджикистан, г. Худжанд, проезд Мавлонбекова 1. **Телефон:** +992 92 850 04 53. **E-mail:** okhunov_73@mail.ru.

Олими Абдуманон Гафзорзода – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математического анализа Худжандского государственного университета имени академика Б. Гафурова. **Адрес:** 735700, Республика Таджикистан, г. Худжанд, проезд Мавлонбекова 1. **Телефон:** +992 92 623 50 74. **E-mail:** Abdumanon1950@mail.ru.

Information about the authors:

Okhunzoda Nozimjon Qobil – Senior lecturer of the mathematical analysis Department under Khujand State University named after academician B. Gafurov. **Address:** 735700, Tajikistan Republic, Khujand, Mavlonbekov's passage 1. **Tel.:** +992 92 850 04 53. **E-mail:** okhunov_73@mail.ru.

Olimi Abdumanon Gaforzoda – candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the mathematical analysis Department under Khujand State University named after academician B.G.Gafurov. **Address:** 735700, Tajikistan Republic, Khujand, Mavlonbekov's passage 1. **Tel.:** +992 92 623 50 74. **E-mail:** Abdumanon1950@mail.ru.

Муқарриз: Муродова М.Н. – н.и.ф.-м., дотсенти кафедраи илмҳои математикӣ ва табиатшиносии муосири Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ тижорат ва сиёсати Тоҷикистон

Мақола ба редакция ворид шуд: 16.10.2025

Аз тақриз баргашт: 14.11.2025

Ба чоп тавсия шуд: 21.11.2025

ТАҚСИМШАВИИ АДАДҲОИ ХАРДИ-ЛИТТЛВУД ДАР ПРОГРЕССИЯИ АРИФМЕТИКӢ

Каримзода Д.Ч., Иброҳимзода Ч. А.

Институти математикаи ба номи А. Чӯраеви АМИТ

Харди ва Литтлвуд [1] чунин гипотезаро пешниҳод намудаанд, ки ҳар як ададҳои натуралии кифоякалони n -ро дар намуди адади содда ва дараҷаи адади натурали тасвир намудан мумкин аст,

$$n = p + m^k, \quad k \geq 2.$$

Чунин ададҳоро ададҳои Харди-Литтлвуд меноманд. Г.Бобоев [2] ин гипотезаро рад намуд, яъне нишон дод, ки беохир ададҳои кифоякалони натурали мавҷуданд, ки онҳо ададҳои Харди – Литтлвуд намебошанд. Аз инҷо дар ҳолати хусусӣ мебарояд, ки чунин ададҳои l , $1 \leq l \leq q$, мавҷуданд, ки чунин нобаробарӣ ҷой дорад

$$H_k(q, l) > q, \quad k \geq 2,$$

ки дар инҷо $H_k(q, l)$ — хурдтарин ададҳои Харди-Литтлвуди намуди $p + m^k$, дар прогрессияи арифметикии $qt + l$, $t = 0, 1, 2, \dots$, ҳобанда, q – адади бутун. Бинобар ин дар ин кор чунин масъалаҳоро дида мебароем:

1. Бузургии $H_k(q, l)$ -ро аз боло баҳо додан.
2. Қонуни тақсимшавии ададҳои Харди-Литтлвуди дар прогрессияҳои кӯтоҳи арифметикӣ ҳобандаро муайян намудан.

Ҳангоми ҳолати q – адади содда ва $k \geq 2$ будан ин ду масъала дар корҳои Раҳмонов З.Х. ва шогирдони ӯ дида баромада шуда барои миқдори ҳалҳои муқоисаи зарин формулаи асимптотикӣ гирифта шудааст, яъне

$$p + m^k \equiv l \pmod{q}, \quad p \leq x, \quad m \leq \sqrt[k]{x},$$

$$q \ll \min \left(x^{\frac{2}{k}} \mathcal{L}^{-8}, x^{\frac{k+5}{5k}} \mathcal{L}^{-35}, x^{\frac{k+2}{3k}} \mathcal{L}^{-\frac{70}{3}}, \right),$$

аз ин ҷо дар ҳолати хусусӣ мебарояд, ки

$$H_2(q, l) \ll q^{\frac{3}{2}} \ln^{35} q.$$

Масъалаи асосӣ дар ин кор ин аст, ки ин баҳоро дар ҳолати $k = 2$ ва q – фарқи прогрессия ба дараҷаи адади содда баробар будан умумӣ гардонем. Бинобар ин чунин теоремаро исбот менамоем.

ТЕОРЕМА. Бигзор $x \geq x_0$, $q = p^\alpha$, p — адади соддаи тоқ, $p \geq \mathcal{L}^{58}$, α — адади натуралии қайдардашуда, $(l, p) = 1$, $\rho(p, l)$ — ҳалли муқоисаи $n^2 \equiv l \pmod{p}$ ва

$$H_2(x; q, l) = \sum_{\substack{n \leq x, m^2 \leq x \\ n+m^2 \equiv l \pmod{q}}} \Lambda(n).$$

Он гоҳ чунин формулаи асимптотикӣ ҷой дорад

$$H_2(x; q, l) = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\varphi(q)} \left(1 + O \left(\mathcal{L}^{-1} + \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{x}} \mathcal{L}^{29} + \frac{q}{x^{\frac{7}{10}}} \mathcal{L}^{32} + \frac{q^{1.5}}{x} \mathcal{L}^{33} \right) \right),$$

ки дар инҷо доими O аз α вобаста мебошад.

ИСБОТ.

Умумиятро маҳдуд накарда фарз менамоем, ки $\sqrt{x} \leq q = p^\alpha$. Суммаи $H_2(x; p^\alpha, l)$ аз рӯи параметрҳои n ва m на ба се қисм ҷудо менамоем

$$H_2(x; q, l) = \sum_{\substack{n \leq x \\ (n, p) = 1}} \Lambda(n) \sum_{\substack{m^2 \leq x, (m^2 - l, p) = 1 \\ n \equiv l - m^2 \pmod{p^\alpha}}} 1 + R_1(x, q) + R_2(x, q),$$

$$R_1(x, q) = \sum_{\substack{n \leq x \\ (n, p) = p}} \Lambda(n) \sum_{\substack{m^2 \leq x \\ m^2 \equiv l - n \pmod{p^\alpha}}} 1 \leq k \left(\frac{\sqrt{x}}{p^\alpha} + 1 \right) \mathcal{L}^2 \ll \mathcal{L}^2,$$

$$\begin{aligned} R_2(x, q) &= \sum_{\substack{n \leq x \\ (n, p) = 1}} \Lambda(n) \sum_{\substack{m^2 \leq x, (m^2 - l, p) = p \\ n \equiv l - m^2 \pmod{p^\alpha}}} 1 = \\ &= \sum_{\substack{n \leq x \\ (n, p) = 1}} \Lambda(n) \sum_{\substack{m \leq \sqrt{x}, m^2 - l \equiv 0 \pmod{p} \\ m^2 - l \equiv -n \pmod{p^\alpha}}} 1 = 0. \end{aligned}$$

Аз зосиятҳои ортогоналии характерҳо истифода бурда, меёбем,

$$\begin{aligned} H_2(x; q, l) &= \sum_{\substack{n \leq x \\ (n, p) = 1}} \Lambda(n) \sum_{\substack{m^2 \leq x, \\ (m^2 - l, p) = 1}} \frac{1}{\varphi(q)} \sum_{\chi \pmod{p^\alpha}} \chi(n) \bar{\chi}(l - m^2) + O(\mathcal{L}^2) = \\ &= \frac{1}{\varphi(q)} \sum_{\chi \pmod{p^\alpha}} \psi(x, \chi) V_2(\sqrt{x}, \bar{\chi}, l) + O(\mathcal{L}^2), \end{aligned}$$

ки дар инҷо

$$\psi(x, \chi) = \sum_{n \leq x} \Lambda(n) \chi(n), \quad V_2(u, \chi, l) = \sum_{m \leq u} \chi(l - m^2).$$

Суммаи охириро ба ду қисм ҷудо намуда баҳо медиҳем

$$H_2(x; q, l) = G_2(x, q) + R_2(x, q) + O(\mathcal{L}^2), \quad (3.1)$$

$$G_2(x, q) = \frac{\psi(x, \chi_0) V_2(\sqrt{x}, \chi_0, l)}{\varphi(q)},$$

$$R_2(x, q) = \frac{1}{\varphi(q)} \sum_{\chi \neq \chi_0} \psi(x, \chi) V_2(\sqrt{x}, \bar{\chi}, l).$$

Дар формулаи $G(x, q)$ аъзoi асосии $H_k(x; q, l)$, ва дар $R_2(x, q)$ аъзoi боқимондаи он меҳобад.

Баҳoi аъзoi асосӣ. Аз теоремаи Ш. Валле – Пуссен истифода бурда меёбем

$$\psi(x, \chi_0) = \sum_{n \leq x} \Lambda(n) + O(\mathcal{L}^2) = x + O(x \exp(-c\sqrt{\mathcal{L}})).$$

Суммаи намуди зеринро дида мебароем

$$\begin{aligned} V_2(\sqrt{x}, \chi_0, l) &= \sum_{\substack{m \leq \sqrt{x} \\ (l-m^2, p)=1}} 1 = \sum_{m \leq \sqrt{x}} 1 - \sum_{\substack{m \leq \sqrt{x} \\ (l-m^2, p)=p}} 1 = \\ &= x^{\frac{1}{2}} + O(1) - \sum_{\substack{m \leq \sqrt{x} \\ m^2 \equiv l \pmod{p}}} 1 = x^{\frac{1}{2}} - \sum_{\substack{m \leq \sqrt{x} \\ m^2 \equiv l \pmod{p}}} \sum_{\substack{1 \leq n \leq p \\ n \equiv m \pmod{p}}} 1 + O(1) = \\ &= x^{\frac{1}{2}} - \sum_{\substack{1 \leq n \leq p \\ n^2 \equiv l \pmod{p}}} \sum_{\substack{m \leq \sqrt{x} \\ m \equiv n \pmod{p}}} 1 + O(1) = \\ &= x^{\frac{1}{2}} - \sum_{\substack{1 \leq n \leq p \\ n^2 \equiv l \pmod{p}}} \sum_{m_1 p + n \leq \sqrt{x}} 1 + O(1) = \\ &= x^{\frac{1}{2}} - \sum_{\substack{1 \leq n \leq p \\ n^2 \equiv l \pmod{p}}} \left[\frac{\sqrt{x} - n}{p} \right] + O(1) = \\ &= x^{\frac{1}{2}} - \sum_{\substack{1 \leq n \leq p \\ n^2 \equiv l \pmod{p}}} \left(\frac{\sqrt{x}}{p} + O(1) \right) + O(1) = x^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{\rho(p, l)}{p} \right) + O(1), \end{aligned}$$

ки дар инҷо $\rho(p, l)$ — миқдори ҳалҳои муқоисаи $n^2 \equiv l \pmod{p}$, $1 \leq n \leq p$.
Бинобар ин

$$\begin{aligned} G_2(x, q) &= \frac{\psi(x, \chi_0) V_2(\sqrt{x}, \chi_0, l)}{\varphi(q)} = \\ &= \frac{1}{\varphi(q)} (x + O(x \exp(-c\sqrt{\mathcal{L}}))) \left(x^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{\rho(p, l)}{p} \right) + O(1) \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\varphi(q)} \left(1 - \frac{\rho(p,l)}{p} + O(\exp(-c\sqrt{\mathcal{L}})) \right). \quad (3.2)$$

Акнун бақияи онро баҳо медихем $R_2(x, q)$. Ба характерҳои примитивӣ ҳангоми $q = p^\alpha$ гузашта меёбем

$$\begin{aligned} R_2(x, q) &= \frac{1}{\varphi(q)} \sum_{\chi \neq \chi_0} \psi(x, \chi) V_2(\sqrt{x}, \bar{\chi}, l) = \\ &= \frac{1}{\varphi(q)} \sum_{\beta=1}^{\alpha} \sum_{\chi \bmod p^\beta}^* \psi(x, \chi) V_2(\sqrt{x}, \bar{\chi}, l), \end{aligned}$$

ки инчо $*$ мефаҳмонад, ки суммирони аз рӯи характерҳои примитивӣ аст. Ба баҳодиҳи гузашта ҳосил мекунем

$$|R_2(x, q)| \leq \frac{1}{\varphi(q)} \sum_{\beta=1}^{\alpha} \chi \max_{\bmod p^\beta} |V_2(\sqrt{x}, \chi, l)| \sum_{\chi \bmod p^\beta}^* |\psi(\chi, x)|, \quad (3.3)$$

Аз инчо ҳосил мекунем, ки

$$\sum_{\chi \bmod p^\beta}^* |\psi(x, \chi)| \leq \sum_{\chi \bmod p^\beta} \max_{y \leq x} |\psi(y, \chi)| \ll x \mathcal{L}^{28} + x^{\frac{4}{5}} p^{\frac{\beta}{2}} \mathcal{L}^{31} + x^{\frac{1}{2}} p^\beta \mathcal{L}^{32}.$$

Ин баҳоро дар қисми рости нобаробарии (3.3) гузошта ҳосил мекунем

$$\begin{aligned} |R_2(x, q)| &\ll \frac{1}{\varphi(q)} \sum_{\beta=1}^{\alpha} \left(x \mathcal{L}^{28} + x^{\frac{4}{5}} p^{\frac{\beta}{2}} \mathcal{L}^{31} + x^{\frac{1}{2}} p^\beta \mathcal{L}^{32} \right) \chi \max_{\bmod p^\beta} |V_2(\sqrt{x}, \chi, l)| = \\ &= \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\varphi(q)} \sum_{\beta=1}^{\alpha} \left(\mathcal{L}^{28} + x^{-\frac{1}{5}} p^{\frac{\beta}{2}} \mathcal{L}^{31} + x^{-\frac{1}{2}} p^\beta \mathcal{L}^{32} \right) \chi \max_{\bmod p^\beta} \frac{|V_2(\sqrt{x}, \chi, l)|}{\sqrt{x}}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

Аз леммаи зерин истифода мебарем

ЛЕММА. Бигзор k ва l — ададҳои натурали, $\chi(m)$ — характери Дирихле аз рӯи модули p^β ,

$$V_k(u, \chi, l) = \sum_{m \leq u} \chi(l - m^k), \quad S_k(p^\beta, \chi, l, h) = \sum_{m=1}^{p^\beta} \chi(l - m^k) e\left(\frac{hm}{p^\beta}\right).$$

Онгоҳ чунин баҳо ҷой дорад

$$|V_k(u, \chi, l)| \leq \left(\frac{u}{p^\beta} + \ln p^\beta \right) \max_{1 \leq h \leq p^\beta} |S_k(p^\beta, \chi, l, h)|.$$

Суммаи $V_2(\sqrt{x}, \chi, l)$ —ро баҳо дода меёбем

$$|V_2(\sqrt{x}, \chi, l)| \leq \left(\frac{\sqrt{x}}{p^\beta} + \ln p^\beta \right) \max_{1 \leq h \leq p^\beta} |S_2(p^\beta, \chi, l, h)|. \quad (3.5)$$

$$S_2(p^\beta, \chi, l, h) = \sum_{m=1}^{p^\beta} \chi(l - m^2) e\left(\frac{hm}{p^\beta}\right).$$

Барои суммаи $S_2(p^\beta, \chi, l, h)$, ин леммаро истифода бурда меёбем

$$S_2(p^\beta, \chi, l, 0) = \begin{cases} p^{\frac{\beta}{2}} \chi(l), & \text{агар } \beta \text{ — адади ҷуфт;} \\ p^{\frac{\beta-1}{2}} T_2(l, \chi, p), & \text{агар } \beta \text{ — адади тоқ,} \end{cases}$$

ки дар инҷо

$$T_2(l, \chi, p) = \sum_{u=1}^p \chi(l - p^{\beta-1} u^2).$$

Мувофиқи баҳои Вейл меёбем

$$|T_2(l, \chi, p)| \ll \sqrt{p}.$$

Суммаи $S_2(p^\beta, \chi, l, h)$ аз [46] татбиқ намуда меёбем

$$|S_2(p^\beta, \chi, l, h)| \ll p^{\frac{\beta}{2}}.$$

Ин баҳоҳоро дар (3.5) гузошта ҳосил мекунем

$$|V_2(\sqrt{x}, \chi, l)| \leq \left(\frac{\sqrt{x}}{p^\beta} + \ln p^\beta \right) p^{\frac{\beta}{2}} \ll \begin{cases} \frac{\sqrt{x}}{p^{\frac{\beta}{2}}}, & \text{агар } \sqrt{x} \geq p^\beta; \\ p^{\frac{\beta}{2}} \mathcal{L}, & \text{агар } \sqrt{x} < p^\beta. \end{cases}$$

Чунин меҳисобем, ки $\sqrt{x} \leq q = p^\alpha$, бо $\alpha_1, 2 \leq \alpha_1 \leq \alpha$ гузориш мекунем, ки шарти зеринро қаноат кунонад $p^{\alpha_1-1} < \sqrt{x} \leq p^{\alpha_1}$, бинобар суммаро аз рӯи β ба ду сумма ҷудо намуда, барои суммаи охири баҳои $|V_2(\sqrt{x}, \chi, l)|$ — ро дар (3.4), ҳосил мекунем

$$\begin{aligned} |R_2(x, q)| &\ll \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\varphi(q)} \sum_{\beta=1}^{\alpha_1-1} \left(\frac{\mathcal{L}^{28}}{p^{\frac{\beta}{2}}} + \frac{\mathcal{L}^{31}}{x^{\frac{1}{5}}} + \frac{p^{\frac{\beta}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} \mathcal{L}^{32} \right) + \\ &+ \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\varphi(q)} \sum_{\beta=\alpha_1}^{\alpha} \left(\frac{p^{\frac{\beta}{2}}}{\sqrt{x}} \mathcal{L}^{29} + \frac{p^\beta}{x^{\frac{10}{7}}} \mathcal{L}^{32} + \frac{p^{1.5\beta}}{x} \mathcal{L}^{33} \right). \end{aligned}$$

Суммирони аз рӯи β , намуда бо назардошти $\alpha \ll \mathcal{L}$, меёбем

$$\begin{aligned} |R_2(x, q)| &\ll \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\varphi(p^\alpha)} \left(\frac{\mathcal{L}^{28}}{\sqrt{p}} + \frac{\mathcal{L}^{32}}{x^{\frac{1}{5}}} + \frac{p^{0.5(\alpha_1-1)}}{x^{\frac{1}{2}}} \mathcal{L}^{32} \right) + \\ &+ \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\varphi(q)} \left(\frac{p^{0.5\alpha}}{\sqrt{x}} \mathcal{L}^{29} + \frac{p^\alpha}{x^{\frac{10}{7}}} \mathcal{L}^{32} + \frac{p^{1.5\alpha}}{x} \mathcal{L}^{33} \right). \end{aligned}$$

Параметри α_1 -ро муайян намуда ҳосил менамоем

$$\frac{p^{0.5(\alpha_1-1)}}{x^{\frac{1}{2}}} \mathcal{L}^{32} = \left(\frac{p^{\alpha_1-1}}{\sqrt{x}} \right)^{\frac{1}{2}} x^{-\frac{1}{4}} \mathcal{L}^{32} \leq x^{-\frac{1}{4}} \mathcal{L}^{32}.$$

Бо назардошти $p \geq \mathcal{L}^{58}$ ва $p^\alpha = q$ меёбем

$$|R_2(x, q)| \ll \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\varphi(p^\alpha)} \left(\mathcal{L}^{-1} + \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{x}} \mathcal{L}^{29} + \frac{q}{x^{\frac{7}{10}}} \mathcal{L}^{32} + \frac{q^{1.5}}{x} \mathcal{L}^{33} \right).$$

Теорема исбот шуд.

Адабиёт

1. *Hardy G.H., Wright E.M.* An introduction to theory of numbers *G.H. Hardy, E.M. Wright* // Oxford at the Clarendon press. 1954
2. *Бабаев Г.Б.* Замечание к работе Дэвенпорта и Хейлброна // УМН. 1958. Т. 13, Т. 84, В. 6, С. 63 – 64.
3. *Хокиев Д.Дж.* Оценка коротких сумм значений характеров от специальной последовательности натуральных чисел // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2015. Т.-58. № 12. с. 1065-1071.
4. *Хокиев Д.Дж.* Оценка короткой суммы значений характеров Дирихле по составном модулю на последовательности сдвинутых чисел // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2017. Т.-60. № 1-2.с. 5-11.
5. *Рахмонов З.Х., Хокиев Д.Дж.* Об оценке суммы характеров с простыми числами // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2018. Т.-61. №1. с. 5-11.

ТАҚСИМШАВИИ АДАДҲОИ ХАРДИ-ЛИТТЛВУД ДАР ПРОГРЕССИЯИ АРИФМЕТИКӢ

Фишурда. Мақола ба гипотезаи Харди–Литтлвуд бахшида шуда, масъалаи ифодаи ададҳои натуралии калон ба шакли $n = p + m^k$ ($k \geq 2$) баррасӣ мегардад. Муаллифон барои ҳолати $k = 2$ ва $q = p^\alpha$, ки p адади соддаи тоқ аст, баҳои асимптотикӣ барои шумораи ҳалҳои муқоисаи $p + m^2 \equiv 1 \pmod{q}$ мегиранд. Натиҷаҳо имконият медиҳанд, ки хусусиятҳои тақсимшавии ададҳои Харди–Литтлвуд дар прогрессияҳои арифметикӣ равшан гарданд.

Калимаҳои калидӣ: гипотезаи Харди–Литтлвуд, ададҳои содда, прогрессияи арифметикӣ, баҳои асимптотикӣ.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЕЛ ХАРДИ-ЛИТТЛВУДА В АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

Аннотация. Статья посвящена гипотезе Харди–Литтлвуда и рассмотрению представлений чисел вида $n = p + m^k$ при $k \geq 2$. Для случая $k = 2$ и $q = p^\alpha$, где p — нечетное простое число, получены асимптотические оценки числа решений сравнения $p + m^2 \equiv 1 \pmod{q}$. Результаты уточняют распределение чисел Харди–Литтлвуда в арифметических прогрессиях.

Ключевые слова: гипотеза Харди–Литтлвуда, простые числа, арифметическая прогрессия, асимптотическая оценка.

DISTRIBUTION OF HARDY-LITTLEWOOD NUMBERS IN ARITHMETIC PROGRESSION

Annotation. The paper focuses on the Hardy–Littlewood hypothesis concerning representations of integers in the form $n = p + m^k$ with $k \geq 2$. For the case $k = 2$ and $q = p^\alpha$, where p is an odd prime, asymptotic estimates are obtained for the number of solutions to the congruence $p + m^2 \equiv 1 \pmod{q}$. The results refine the distribution properties of Hardy–Littlewood numbers in arithmetic progressions.

Keywords: Hardy–Littlewood hypothesis, prime numbers, arithmetic progression, asymptotic estimate.

Маълумот дар бораи муаллифон:

Каримзода Дониёр Чашил – номзоди илмҳои физика-математика, ходими калони илмии Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви АМИТ. **Тел.:** (+992) 92-999-87-41; **E-mail:** khdj.91@mail.ru.

Иброҳимзода Ҷаҳонафруз Аслам – ходими илмии шӯъбаи таҳрири математикии Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви АМИТ; **E-mail:** Salmonjon30032017@mail.ru.

Сведения об авторах:

Каримзода Дониёр Джалил – к.ф.-м.н., старший научный сотрудник Института математики имени А. Джураева, НАНТ. **Тел.:** (+992) 92-999-87-41; **E-mail:** khdj.91@mail.ru.

Иброҳимзода Ҷаҳонафруз Аслам – научный сотрудник отдела математического моделирования Института математики имени А. Джураева, НАНТ. **E-mail:** Salmonjon30032017@mail.ru.

Information about the authors:

Karimzoda Doniyor Dzhalil – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Art. senior researcher at the Institute of Mathematics named after A. Juraev NAST.; **Tel** (+992) 92-999-87-41; **E-mail:** khdj.91@mail.ru.

Ibrokhimzoda Jahonafruz Aslam – is a research fellow at the Department of Mathematical; **E-mail:** Salmonjon30032017@mail.ru.

Муқарриз: **Исмаев Сайфулло** - н.и.ф.-м.,
дотсенти кафедраи методикаи таълими
математикаи ДМТ

Мақола ба редакция ворид шуд: 16.10.2025

Аз тақриз баргашт: 13.11.2025

Ба чоп тавсия шуд: 21.11.2025

МУОДИЛАҲОИ НАВЪИ ГИПЕРБОЛИКӢ ВА УСУЛҲОИ ҲАЛЛИ ОНҲО

Файззода К.Ш., Неъматов Ю.С.

Донишгоҳи давлатии Данғара

Усули мавҷҳои равон. Омӯзиши усулҳои ёфтани ҳалли масъалаҳои канориро барои муодилаҳои намуди гиперболикӣ аз масъала бо шартҳои аввала барои тори беҳудуд (масъалаи Коши) оғоз мекунем, яъне чунин масъаларо дида мебароем [1, с.27].

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x). \quad (2)$$

Муодилаи (1)-ро ба намуди каноникӣ меорем, ки аз ҳосилаҳои омехта таркиб ёфтааст. Муодилаи характеристикаҳо

$$dx^2 - a^2 dt^2 = 0$$

ст. Аз ин ҷо $dx = a dt$, $dx = -a dt$ ва $x = at + c_1$, $x = -at + c_2$. Ҳамин тавр $x - at = c_1$, $x + at = c_2$ — ду оилаи характеристикаҳои ҳақиқии аз ҳам новобастаи муодилаи (1.1.1) мебошанд. Тағйирёбандаҳои $\xi = x + at$, $\eta = x - at$ — ро дохил намуда муодилаи (1)-ро ба намуди

$$u_{\xi\eta} = 0 \quad (3)$$

меорем. Интегралҳои умумии ин муодиларо меёбем:

$$u_\eta = f(\xi), \quad u(\xi, \eta) = f_1(\xi) + \int f(\eta) d\eta = f_1(\xi) + f_2(\eta) \quad (4)$$

Дар ин ҷо $f_2(\eta)$ — функсияи ибтидоӣ барои функсияи $f(\eta)$ аст. Баръакс барои дилхоҳ функсияҳои ду маротиба дифференсиронидашавандаи $f_1(\xi)$ ва $f_2(\eta)$ функсияи $u(\xi, \eta)$, ки бо формулаи (4) муайян карда шудааст, муодилаи (3)-ро қаноат мекунонад. Аз он, ки дилхоҳ ҳалли муодилаи (3) ҳангоми интиҳоби мувофиқи функсияҳои f_1 ва f_2 ба воситаи формулаи (4) ифода карда мешавад, формулаи (1.1.4) интегралҳои умумии муодилаи (3) аст. Аз ин ҷо

$$u(x, t) = f_1(x + at) + f_2(x - at) \quad (5)$$

интегралҳои умумии муодилаи (1) аст [1, с.25].

Фарз мекунем, ки ҳалли масъалаи гузошташудаи (1) – (2) вуҷуд дорад. Функсияҳои f_1 ва f_2 -ро чунон интиҳоб мекунем, ки шартҳои аввалаи (1.1.2)-ро қаноат кунонанд:

$$f_1(x) + f_2(x) = \varphi(x), \quad af_1' - af_2' = \psi(x).$$

Аз ҳар ду тарафи баробарии охири интеграл гирифта, ҳосил мекунем.

$$f_1 - f_2 = \frac{1}{a} \int_{x_0}^x \psi(\alpha) d\alpha + C,$$

ки дар ин чо x_0 ва C доимиҳои ихтиёрианд. Ҳар ду тарафи баробарии ҳосилшударо аъзо ба аъзо ба ҳар ду тарафи баробарии $f_1(x) + f_2(x) = \varphi(x)$ чамъ намуда ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \frac{1}{2a} \int_{x_0}^x \psi(\alpha) d\alpha + \frac{1}{2} \varphi(x) + \frac{1}{2} C, \\ f_1(x) &= -\frac{1}{2a} \int_{x_0}^x \psi(\alpha) d\alpha + \frac{1}{2} \varphi(x) - \frac{1}{2} C, \end{aligned} \quad (6)$$

ё

$$\begin{aligned} f_1(x+at) &= \frac{1}{2a} \int_{x_0}^{x+at} \psi(\alpha) d\alpha + \frac{1}{2} \varphi(x+at) + \frac{1}{2} C, \\ f_1(x-at) &= -\frac{1}{2a} \int_{x_0}^{x-at} \psi(\alpha) d\alpha + \frac{1}{2} \varphi(x-at) - \frac{1}{2} C. \end{aligned}$$

Пас,

$$\begin{aligned} u(x, t) &= f_1(x+at) + f_2(x-at) = \frac{1}{2} [\varphi(x+at) - \varphi(x-at)] + \\ &+ \left[\frac{1}{2a} \int_{x_0}^{x+at} \psi(\alpha) d\alpha - \frac{1}{2a} \int_{x_0}^{x-at} \psi(\alpha) d\alpha \right] = \\ &= \frac{\varphi(x+at) - \varphi(x-at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(\alpha) d\alpha, \end{aligned}$$

Ҳамин тавр, ҳосил намудем:

$$u(x, t) = \frac{\varphi(x+at) - \varphi(x-at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(\alpha) d\alpha, \quad (7)$$

Формулаи (7)-ро формулаи Даламбер меноманд [1, с.21]. Ин формуларо мо бо фарзияи он, ки ҳалли масъалаи (1) – (2) вуҷуд дорад, ҳосил намудем. Бе ягон мушкилӣ дидан мумкин аст, ки ин ҳал ягона аст. Дар ҳақиқат, агар ҳалли масъалаи (1) – (2) вуҷуд дошта бошад, шартҳои аввалаи (2)-ро қаноат мекунонад ва ҳамин тавр, ба ҳалли аввала мувофиқат мекунад. Агар функсияи $\varphi(x)$ ду маротиба дифференсиронидашаванда ва функсияи $\psi(x)$ дифференсиронидашаванда бошад, бе восита ҳисоб карда дидан мумкин аст, ки (7) муодилаи (1) ва шартҳои аввалаи Коши (2)-ро қаноат

мекунонад. Ҳамин тавр, усули пешниҳодшуда дар як вақт ҳам мавҷудияти ҳал ва ҳам ягонагии онро муайян мекунад [2, с.17].

Функсияи $u(x, t)$, ки бо формулаи (7) муайян карда мешавад, ҷараени паҳншавии тамоили ибтидоӣ ва суръати ибтидоиро муайян мекунад. Агар вақти $t = t_0$ қайд намоем, функсияи $u(x, t_0)$ шакли торро дар лаҳзаи $t = t_0$ муайян мекунад. $x = x_0$ –ро қайд намоем, функсияи $u(x_0, t)$ –ро ҳосил менамоем, ки ҷараени ҳаракати нуқтаи x_0 –и торро инъикос мекунад. Фарз мекунем, ки мушоҳидачӣ, ки дар лаҳзаи $t = 0$ дар нуқтаи $x = 0$ қарор дорад, бо суръати a ба самти мусбат ҳаракат дорад. $x' = x - at$, $t' = t$ фарз намуда, системаи координатаҳоеро муайян менамоем, ки бо мушоҳидачӣ алоқаманд аст. Дар ин системаи координатаҳои муҳаррик функсияи $u(x, t) = f(x - at)$ бо формулаи $u = f(x')$ муайян карда мешавад ва мушоҳидачӣ дар тамоми муддати ҳаракат ҳамон шакли торро мебинад, ки дар аввал буд. Ҳамин тавр, $u(x, t) = f(x - at)$ шакли бетағйири торро, ки ба самти рост (самти мусбати тири x) бо суръати a ҳаракат мекунад (мавҷи рагон), дар худ таҷассум мекунад. Бешубҳа функсияи $u(x, t) = f(x + at)$ мавҷеро тасвир мекунад, ки бо ҳамон суръати a ба тарафи чап ҳаракат мекунад. Ҳамин тавр, ҳалли масъалаи Коши барои тори беҳудуд, ки бо формулаи (7) муайян карда шудааст, маҷмааи ду мавҷ $-f_1(x - at) + f_2(x + at)$ мебошад, ки яке ба тарафи рост ва дигаре ба тарафи чап бо ҳамон як суръати a ҳаракат мекунад. Дар ин маврид

$$\begin{aligned} f_1(x - at) &= \frac{1}{2} \varphi(x - at) + \Psi(x - at), \\ f_2(x + at) &= \frac{1}{2} \varphi(x + at) + \Psi(x + at), \end{aligned}$$

аст, ки дар ин ҷо

$$\Psi(x) = \int_{x_0}^x \psi(\alpha) d\alpha$$

аст.

Барои муайян кардани хусусиятҳои ҳалли (7) аз ҳамвории ҳолати (x, t) , ки онро “ҳамвории фазавӣ” ҳам меноманд истифода кардан қулай аст. Хатҳои рости $x - at = \text{const}$, $x + at = \text{const}$ характеристикаҳои муодилаи (1) мебошанд. Функсияи $u(x, t) = f(x - at)$ дар рӯи характеристикаи $x - at = \text{const}$ қимати доимиро қабул дорад, функсияи $u(x, t) = f(x + at)$ дар рӯи характеристикаҳои $x + at = \text{const}$ инчунин [3, с.30]

Фарз мекунем, ки функсияи $f(x)$ танҳо дар интервали (x_1, x_2) қимати ғайринӯли дорад ва дар беруни ин интервал ба 0 баробар аст.

Характеристикаҳои $x - at = x_1$ ва, $x - at = x_2$ -ро, ки аз нуктаҳои x_1 ва x_2 мегузаранд, мегузаронем. Онҳо ҳамвориро ба се қисм ҷудо мекунанд. Функцияи $f(x - at)$ танҳо дар қисми II аз 0 фарқ мекунад ва характеристикаҳои $x - at = x_1, x - at = x_2$ мувофиқаи ҷабҳаҳои оқиб ва пеш мавҷи равоноро тасвир мекунанд [2, с.51].

Акнун ягон нуктаи (x_0, t_0) ро қайд намуда, ҳарду характеристикаҳои муодилаи (1)-ро, ки аз ин нукта мегузаранд, мегузаронем. Онҳо тире x -ро дар нуктаҳои $x_1 = x_0 - at_0, x_2 = x_0 + at_0, t = 0$ мебуранд. Қимати функцияи $u(x, t) = f_1(x - at) + f_2(x + at)$ дар нуктаи (x_0, t_0) ба $u(x_0, t_0) = f_1(x_1) + f_2(x_2)$ баробар мебошанд. Яъне бо қимати функцияҳои $f_1(x)$ ва $f_2(x)$, мувофиқан дар нуктаҳои $(x_1, 0)$ ва $(x_2, 0)$ – муайн карда мешавад. Ин нуктаҳо қулҳои секунҷае мебошанд, ки характеристикаҳо бо тире x ташкил мекунанд. Онро секунҷаи характеристикӣ меноманд. Аз формулаи (1.1.7) маълум аст, ки тамоюли нуктаҳои тор дар нуктаи (x_0, t_0) танҳо аз тамоюли аввалии тор дар нуктаҳои $P(x_0 - at_0, 0)$ ва $Q(x_0 + at_0, 0)$ инчунин аз қимати суръати аввала дар тарафи PQ –и секунҷаи характеристикӣ вобаста аст [2, с.43].

1.1. Ҳалли масъалаи Коши барои муодилаи ғайриҷинса

Масъалаи Коши барои муодилаи ғайриҷинсаи лаппиши тор

$$\frac{1}{a^2} u_{tt} = u_{xx} + f(x, t) \quad (1.1)$$

ро дида мебароем:

чунин ҳалли муодилаи (1.1) ҳангоми $-\infty < x < \infty, t > 0$ будан ёфта шавад, ки шартҳои аввалии зеринро қаноат кунанд:

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x). \quad (1.2)$$

Дар ин ҷо $\varphi(x) \in C^2(-\infty < x < \infty), \psi(x) \in C^1(-\infty < x < \infty), f(x, t) \in C(-\infty < x < \infty, t > 0)$.

Пеш аз он, ки ба ҳалли масъалаи гузошташуда шурӯъ намоем, масъалаи ёрирасони зеринро дида мебароем:

Чунин ҳалли муодилаи

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \omega_f}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \omega_f}{\partial x^2}, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > \tau \quad (1.3)$$

ёфта шавад, ки ҳангоми $t = \tau$ будан

$$\omega_f(x, \tau; \tau) = 0, \quad \frac{\partial \omega_f}{\partial t}(x, \tau; \tau) = f(x, \tau)$$

аст.

Гузориши $x = x, h = t - \tau$ -ро тадбиқ намуда ҳосил мекунем:

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \omega_f}{\partial h^2} = \frac{\partial^2 \omega_f}{\partial x^2}, \quad -\infty < x < \infty, \quad h > 0,$$

$$\omega_f(x, \tau; \tau) = \omega_f(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial \omega_f}{\partial t}(x, 0) = f(x, t - h).$$

Аз ин ҷо ва аз формулаи Даламбер меёбем:

$$\omega_f(x, \tau; \tau) = \omega_f(x, h) = \frac{1}{2a} \int_{x-ah}^{x+ah} f(\xi, \tau) d\xi.$$

Дар ин ҷо баръакс қимати h -ро гузошта ҳосил мекунем:

$$\omega_f(x, t; \tau) = \omega_f(x, t - \tau) = \frac{1}{2a} \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(\xi, \tau) d\xi.$$

Ин баробариро истифода бурда мо формулаи Даламберро чунин навишта метавонем:

$$u(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} \omega_\varphi(x, t; 0) + \omega_\psi(x, t; 0) \quad (1.4)$$

Дар ҳақиқат

$$\omega_\psi(x, t; 0) = \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(\xi, \tau) d\xi.$$

$$\begin{aligned} \omega_\varphi(x, t; 0) &= \frac{1}{2a} \frac{\partial}{\partial t} \int_{x-at}^{x+at} \varphi(\xi, \tau) d\xi = \\ &= \frac{1}{2a} \left[\varphi(x+at) \frac{\partial}{\partial t}(x+at) - \varphi(x-at) \frac{\partial}{\partial t}(x-at) \right] = \\ &= \frac{1}{2} [\varphi(x+at) + \varphi(x-at)] \end{aligned}$$

Лемма. Ҳалли муодилаи гайриякҷинсаи (1.2), ки шартҳои аввалаи нули $u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0$ -ро қаноат мекунонад намуди зерин дорад:

$$u(x, t) = a^2 \int_0^t \omega_f(x, t; \tau) d\tau. \quad (1.5)$$

Исбот. Дар ҳақиқат формулаи Лейбнитс барои дифференсиронидани интегралҳои аз параметр вобастаро истифода бурда ҳосил мекунем:

$$u_t(x, t) = a^2 \int_0^t \frac{\partial \omega_f}{\partial t}(x, t; \tau) d\tau + a^2 \omega_f(x, t; t).$$

Дар ин ҷо

$$\omega_f(x, t; \tau) = \frac{1}{2a} \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(\xi, \tau) d\xi = \frac{1}{2a} \int_x^x f(\xi, \tau) d\xi = 0.$$

Пас

$$u_t(x, t) = a^2 \int_0^t \frac{\partial \omega_f}{\partial t}(x, t; \tau) d\tau.$$

$$u_{tt}(x, t) = a^2 \int_0^t \frac{\partial^2 \omega_f}{\partial t^2}(x, t; \tau) d\tau + a^2 \frac{\partial \omega_f}{\partial t}(x, t; t),$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_f}{\partial t}(x, t; \tau) &= \frac{1}{2a} \frac{\partial}{\partial t} \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(\xi, \tau) d\xi \Big|_{\tau=t} \\ &= \frac{1}{2a} [f(x+a(t-\tau), \tau)a - f(x-a(t-\tau), \tau)(-a)] \Big|_{\tau=t} = f(x, t). \end{aligned}$$

Бинобар ин

$$u_{tt} = a^2 \int_0^t \frac{\partial^2 \omega_f}{\partial t^2}(x, t; \tau) d\tau + a^2 f(x, t); \quad (1.6)$$

Аз муодилаи (1.3) меёбем

$$u_{xx} = a^2 \int_0^t \frac{\partial^2 \omega_f}{\partial x^2}(x, t; \tau) d\tau = \int_0^t \frac{\partial^2 \omega_f}{\partial t^2}(x, t; \tau) d\tau$$

Баробарии охирон ва (1.6)-ро муқоиса намуда боварӣ ҳосил мекунем, ки функсияи (1.5) ҳалли хусусии муодилаи (1.1) аст. Ҳамин тавр, лемма исбот шуд [6, с.45].

Ҳалли масъалаи умумии Коши чун суммаи ҳалли масъалаи Коши барои муодилаи якҷинса ва ҳалли масъалаи Коши барои муодилаи ғайриякҷинса бо шартҳои аввалаи нулӣ ифода карда мешавад, яъне

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \frac{\varphi(x+at) + \varphi(x-at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(\xi) d\xi \\ &+ a^2 \int_0^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Устувории ҳал [4, с.27].

Теорема. Бигуздор $u_1(x, t)$ ва $u_2(x, t)$ ду ҳалли муодилаи

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}$$

бошанд, ки шартҳои аввалаи

$$u_1(x, 0) = \varphi_1(x), \quad u_1(x, 0) = \psi_1(x)$$

ва

$$u_2(x, 0) = \varphi_2(x), \quad u_2(x, 0) = \psi_2(x)$$

-ро қаноат кунонанд.

Онгоҳ барои $\varepsilon > 0$ дар фосилаи вақти t_0 чунин $\delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0$ ёфт мешавад, ки ҳангоми $|\varphi_1(x) - \varphi_2(x)| < \delta$, $|\psi_1(x) - \psi_2(x)| < \delta$ будан, $|u_1(x, t) - u_2(x, t)| < \varepsilon$ аст.

Исбот. Дар ҳақиқат,

$$\begin{aligned} |u_1(x, t) - u_2(x, t)| &= \frac{\varphi_1(x + at) + \varphi_1(x - at)}{2} + \\ &+ \left| \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi_1(\xi) d\xi - \frac{\varphi_2(x + at) + \varphi_2(x - at)}{2} - \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi_2(\xi) d\xi \right| \leq \\ &\leq |\varphi_1(x + at) - \varphi_2(x + at)| + |\varphi_1(x - at) - \varphi_2(x - at)| \\ &+ \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} |\psi_1(\xi) - \psi_2(\xi)| d\xi \leq \frac{\delta}{2} + \frac{\delta}{2} + \frac{1}{2a} 2at\delta \leq \delta(1 + t_0). \end{aligned}$$

Дар ин ҷо $\delta = \frac{\varepsilon}{(1+t_0)}$ интихоб намуда ҳосил мекунем:

$$|u_1(x, t) - u_2(x, t)| \leq \varepsilon.$$

Ҳамин тавр, теорема исбот шуд [3.4].

Адабиёт

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Учебное пособие. -М.: Наука, 1975, 735 с.
2. Мустафоқулов Р. Курси мухтасари муодилаҳо бо ҳосилаҳои хусусӣ. Китоби дарсӣ, Душанбе, 2020. -161 саҳ.
3. Исмамов М. Муодилаҳои физикаи математикӣ. Китоби дарсӣ, Душанбе 2011, 153 саҳ.
4. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. Учебник. – Москва, Наука 1982, 336 стр.
5. Исмамов М. Муодилаҳои физикаи математикӣ. Душанбе 1985, қисми 1, 1990 қисми 2.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Москва “Наука” 1969. Том 1. 607 стр.

МУОДИЛАҲОИ НАВЪИ ГИПЕРБОЛИКӢ ВА УСУЛҲОИ ҲАЛЛИ ОНҲО

Фишурда. Муодилаҳои намуди гиперболикӣ яке аз қисмҳои асосии муодилаҳо бо ҳосилаҳои хусусӣ мебошанд. Дар рисолаи таҳассусии хатм асосан усулҳои ҳалли муодилаҳои намуди гиперболикӣ омӯхта шудааст. Дар қисмати аввал ҳалли масъалаи Коши барои тори беохир бо усули Даламбер ёфта шудааст. Ин усул дар як вақт ҳам мавҷудияти ҳал ва ҳам ягонагии онро муайян мекунад.

Калима калидӣ: масъалаи Коши, масъалаи Дирехле, лапиши тор, гиперболикӣ.

ИЗУЧЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Аннотация. Уравнения гиперболического типа являются одной из основных частей уравнений с частными производными. В выпускной квалификационной работе в основном изучаются методы решения гиперболических уравнений. В первой части с помощью метода Даламбера было найдено решение задачи Коши для бесконечной струны. Данный метод одновременно устанавливает существование и единственность решения.

Ключевые слова: Задача Коши, задача Дирехле, колебания струны, гиперболических уравнений.

STUDY OF A HYPERBOLIC TYPE EQUATION

Annotation. The final qualifying work mainly studies methods for solving hyperbolic equations. In the first chapter, the solution to the Cauchy problem for an infinite string was found using D'Alembert's method. This method simultaneously determines the existence and uniqueness of the solution.

Keywords: Cauchy problem; Dirichlet problem; string vibrations; hyperbolic equations.

Маълумот дар бораи муаллифон:

Файззода Кишвар Шохпулод – Донишгоҳи давлатии Данғара доктори фалсафа (Ph.D) муаллими калони кафедраи математикаи оӣ. **Суроға:** 735320, Ҷумҳурии Тоҷикистон, н. Данғара, кӯчаи Марказӣ, 25. **Телефон:** (+992) 908992298. **E-mail:** Fayzzoda.1996@mail.ru

Неъматов Юсуфали – Донишгоҳи давлатии Данғара ассистенти кафедраи математикаи оӣ. **Суроға:** 735320, Ҷумҳурии Тоҷикистон, н. Данғара, кӯчаи Марказӣ, 25. **Телефон:** (+992) 905040517. **E-mail:** Nematov.1996@mail.ru.

Сведения об авторах:

Файззода Кишвар Шохпулод – Дангаринский государственный университет, докторант (Ph.D) кафедры высшей математики. **Адрес:** 735320, Республика Таджикистан, р. Данғара, ул. 25. **Телефон:** (+992) 908992298. **E-mail:** Fayzzoda.1996@mail.ru

Неъматов Юсуфали – Дангаринский государственный университет, ассистент кафедры высшей математики. **Адрес:** 735320, Республика Таджикистан, р. Данғара, ул. 25. **Телефон:** (+992) 905040517. **E-mail:** Nematov.1996@mail.ru.

Information about the author: Fayzzoda Kishvar SHohpulot– Doctor (Ph.D), Departament of Higher Mathematics, Dangara state University. **Address:** The Republic of Tajikistan, Dangara. Center Street 25. **Phone:** (+992) 908992298. **E-mail:** Fayzzoda_1996@mail.ru

Nematov Ysufali– Departament of Higher Mathematics, Dangara state University. **Address:** The Republic of Tajikistan, Dangara. Center Street 25. **Phone:** (+992) 908992298. **E-mail:** Nematov_1996@mail.ru.

Муқарриз: Каримов А.Ғ. – н.и.ф.-м., дотсенти
кафедраи математикаи олии ДДД

Мақола ба редакция ворид шуд: 10.10.2025

Аз тақриз баргашт: 12.11.2025

Ба чоп тавсия шуд: 21.11.2025

Олимӣ А.Ғ., Дадочонова М.Ё.

Донишгоҳи давлатии Хучанд ба номи академик Б.Ғафуров

Дар тадқиқоти [1] муодилаи дифференсиалии

$$y''' + 3p(x)y'' + r(x)y' + s(x)y = f(x), x \in \Gamma = (a, b), \quad (1)$$

бо маълумҳои $p(x) \in C^2(\bar{\Gamma}), r(x) \in C^1(\bar{\Gamma}), s(x), f(x) \in C(\bar{\Gamma})$ омӯхта, ҳалли умумии муодила аз синфи $y(x) \in C^3(\bar{\Gamma})$ дар намуди зерин ҳосил карда шудааст [1, с.18]:

$$y(x) = \exp[-W_p(x)] \times \\ \times \left\{ T[p(x), f(x), c_2, c_1, c_0] - \int_{x_0}^x \Gamma(x, \xi) T[p(\xi), f(\xi), c_2, c_1, c_0] d\xi \right\}. \quad (2)$$

ки дар он

$$W_p(x) = \int_{x_0}^x p(t) dt,$$

$$T[p(x), f(x), c_2, c_1, c_0] = \frac{1}{2} \int_{x_0}^x (x - \xi)^2 f(\xi) \exp[W_p(\xi)] d\xi + \\ + \frac{1}{2} c_2 (x - x_0)^2 + c_1 (x - x_0) + c_0,$$

$\Gamma(x, \xi)$ – резолвентаи муодилаи интегралӣ навъи дуҷуми Волтерр

$$\varphi(x) + \int_{x_0}^x K(x, \xi) \varphi(\xi) d\xi = T[p(x), f(x), c_2, c_1, c_0] \quad (3)$$

бо ядроии

$$K(x, \xi) = \frac{(x - \xi)^2}{2} [S(\xi) - R'(\xi) - p(\xi)R(\xi)] + (x - \xi)R(\xi),$$

$$R(x) = r(x) - 3p'(x) - 3p^2(x),$$

$$S(x) = s(x) - p''(x) - 3p'(x)p(x) - p^3(x),$$

x_0 – нуқтаи қайдшудаи фосилаи (a, b) ва c_2, c_1, c_0 – доимиҳои ихтиёрӣ ҳастанд.

Формулаи (2) ва формулаҳои ошкороеро, ки аз он бо ҳисобкуниҳои бевосита барои операторҳои дифференсиалии

$$By = y' + p(x)y,$$

$$B^2y = y'' + 2p(x)y' + [p'(x) + p^2(x)]y$$

ҳосил карда мешаванд, баъди иҷро кардани амали ивази тартиби интегралгирӣ дар интегралҳои қаратӣ ва як қатор дигаргунсозҳои элементарии айниятӣ дар намуди зерин навиштан мумкин аст:

$$y(x) = d(x)[c_2 D(x) + c_1 E(x) + c_0 F(x) + K(x)], \quad (4)$$

$$By = d(x)[c_2 P(x) + c_1 Q(x) + c_0 T(x) + U(x)],$$

$$B^2 y = d(x)[c_2 M(x) + c_1 N(x) + c_0 O(x) + V(x)], \quad (5)$$

ки дар ин ҷо

$$d(x) = \exp[-W_p(x)] > 0, D(x) = \frac{1}{2} \left[(x - x_0)^2 - \int_{x_0}^x (\xi - x_0)^2 \Gamma(x, \xi) d\xi \right],$$

$$E(x) = x - x_0 - \int_{x_0}^x (\xi - x_0) \Gamma(x, \xi) d\xi, F(x) = 1 - \int_{x_0}^x \Gamma(x, \xi) d\xi,$$

$$K(x) = \frac{1}{2} \int_{x_0}^x f(t) \exp[W_p(t)] \left[(x - t)^2 - \int_t^x (\xi - t)^2 \Gamma(x, \xi) d\xi \right] dt,$$

$$P(x) = x - x_0 - \int_{x_0}^x \{ (x - \xi)[S(\xi) - R'(\xi) - p(\xi)R(\xi)] + R(\xi) \} D(\xi) d\xi,$$

$$Q(x) = 1 - \int_{x_0}^x \{ (x - \xi)[S(\xi) - R'(\xi) - p(\xi)R(\xi)] + R(\xi) \} E(\xi) d\xi,$$

$$T(x) = - \int_{x_0}^x \{ (x - \xi)[S(\xi) - R'(\xi) - p(\xi)R(\xi)] + R(\xi) \} F(\xi) d\xi,$$

$$U(x) = \int_{x_0}^x f(t) \exp[W_p(t)] \left\{ x - t - \frac{1}{2} \int_t^x \{ (x - \xi)[S(\xi) - R'(\xi) - p(\xi)R(\xi)] + R(\xi) \} \left[(\xi - t)^2 - \int_t^\xi (z - t)^2 \Gamma(\xi, z) dz \right] d\xi \right\} dt,$$

$$M(x) = 1 - \int_{x_0}^x [S(\xi) - R'(\xi) - p(\xi)R(\xi)] D(\xi) d\xi - R(x)D(x),$$

$$N(x) = - \int_{x_0}^x [S(\xi) - R'(\xi) - p(\xi)R(\xi)] E(\xi) d\xi - R(x)E(x),$$

$$O(x) = - \int_{x_0}^x [S(\xi) - R'(\xi) - p(\xi)R(\xi)] F(\xi) d\xi - R(x)F(x),$$

$$V(x) = \int_{x_0}^x f(t) \exp[W_p(t)] \left\{ 1 - \frac{1}{2} \int_t^x [S(\xi) - R'(\xi) - p(\xi)R(\xi)] \times \right.$$

$$\times \left[(\xi - t)^2 - \int_t^\xi (z - t)^2 \Gamma(\xi, z) dz \right] d\xi - \\ - \frac{1}{2} R(x) \left[(x - t)^2 - \int_t^x (\xi - t)^2 \Gamma(x, \xi) d\xi \right] \Big\} dt$$

мебошад.

Формулаҳои (4), (5) ва навишти ошкорои ифодаҳои дифференсиалии Bu ва B^2u – ро истифода бурда, барои ҳосилаҳои функцияи номаълум формулаҳои зеринро ҳосил мекунем:

$$y'(x) = d(x)\{c_2[P(x) - p(x)D(x)] + c_1[Q(x) - p(x)E(x)] + \\ + c_0[T(x) - p(x)F(x)] + U(x) - p(x)K(x)\}, \\ y''(x) = d(x)\{c_2[M(x) - 2p(x)P(x) + p^2(x)D(x) - p'(x)D(x)] + \\ + c_1[N(x) - 2p(x)Q(x) + p^2(x)E(x) - p'(x)E(x)] + \\ + c_0[O(x) - 2p(x)T(x) + p^2(x)F(x) - p'(x)F(x)] + \\ + V(x) - 2p(x)U(x) + p^2(x)K(x) - p'(x)K(x)\},$$

ки онҳо якҷоя бо формулаи (4) барои тадқиқи масъалаҳои канорӣ қулай мебошанд.

Қайд менамоем, ки масъалаҳои гуногуни математика, физика, техника, иқтисодиёт ва ғайраҳо ба тадқиқи масъалаҳои канорӣ (сарҳадӣ) барои муодилаҳои дифференсиалии одии тартиби ду ё боло меоранд. Бинобар ин ҳосил кардани шартҳои ҳалшавандагӣ ва як қимата ҳалшавандагии масъалаҳои канорӣ дар назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ масъалаи муҳим мебошад. Доир ба тадқиқи масъалаҳои канорӣ барои намудҳои гуногуни муодилаҳои дифференсиалии одии тартиби дуҷум ва боло тадқиқоти бисёр иҷро гардидаанд. Дар тадқиқ ва ёфтани ҳалли масъалаҳо бисёртар усули функцияи Грин истифода бурда мешавад [2–5].

Масъалаи зеринро дида мебароем.

Масъалаи 1. Ҳамин гуна функцияи $y(x)$ аз синфи $C^3(\bar{\Gamma})$ ёфта шавад, ки дар Γ муодилаи (1) ва дар нуқтаҳои канории он шартҳои зеринро қонеъ гардонад:

$$\begin{aligned} \alpha_{11}y(a) + \alpha_{12}y'(a) + \alpha_{13}y''(a) &= \gamma_1 \\ \alpha_{21}y(a) + \alpha_{22}y'(a) + \alpha_{23}y''(a) &= \gamma_2 \\ \alpha_{31}y(b) + \alpha_{32}y'(b) + \alpha_{33}y''(b) &= \gamma_3, \end{aligned} \tag{6}$$

ки дар ин ҷо $\alpha_{ij}, \gamma_i, i, j = 1, 2, 3$ – ададҳои маълуми ҳақиқӣ буда, шарти

$$\alpha_{i1}^2 + \alpha_{i2}^2 + \alpha_{i3}^2 \neq 0$$

ичро мешавад.

Ададҳои $\alpha_{ij}, \gamma_i, i, j = 1, 2, 3$ бо тарзҳои гуногун интихоб карда, аз шартҳои (6) шартҳои хусусии ҳархеларо ҳосил кардан мумкин аст. Мо масъаларо дар намуди умумиаш тадқиқ мекунем. Барои ин формулаи (4), яъне ҳалли умумии муодилаи (1) – ро ба шартҳои (6) тобеъ карда, аз онҳо ба системаи муодилаҳои хаттии алгебрави зерини баробарқувва мегузарем:

$$\begin{aligned}\mu_{11}c_2 + \mu_{12}c_1 + \mu_{13}c_0 &= \theta_1 \\ \mu_{21}c_2 + \mu_{22}c_1 + \mu_{23}c_0 &= \theta_2 \\ \mu_{31}c_2 + \mu_{32}c_1 + \mu_{33}c_0 &= \theta_3,\end{aligned}\tag{7}$$

ки дар он

$$\begin{aligned}\mu_{i1} &= \alpha_{i1}D_1 + \alpha_{i2}[P_1 - p(a)D_1] + \alpha_{i3}[M_1 - 2p(a)P_1 + p^2(a)D_1 - p'(a)D_1], \\ \mu_{i2} &= \alpha_{i1}E_1 + \alpha_{i2}[Q_1 - p(a)E_1] + \alpha_{i3}[N_1 - 2p(a)Q_1 + p^2(a)E_1 - p'(a)E_1], \\ \mu_{i3} &= \alpha_{i1}F_1 + \alpha_{i2}[T_1 - p(a)F_1] + \alpha_{i3}[O_1 - 2p(a)T_1 + p^2(a)F_1 - p'(a)F_1], \\ \theta_i &= \frac{\gamma_i}{d_i} - \{\alpha_{i1}K_1 + \alpha_{i2}[U_1 - p(a)K_1] + \alpha_{i3}[V_1 - 2p(a)U_1 + p^2(a)K_1 - \\ &\quad - p'(a)K_1]\}, i = 1, 2, \\ \mu_{31} &= \alpha_{31}D_2 + \alpha_{32}[P_2 - p(b)D_2] + \alpha_{33}[M_2 - 2p(b)P_2 + p^2(b)D_2 - p'(b)D_2], \\ \mu_{32} &= \alpha_{31}E_2 + \alpha_{32}[Q_2 - p(b)E_2] + \alpha_{33}[N_2 - 2p(b)Q_2 + p^2(b)E_2 - p'(b)E_2], \\ \mu_{33} &= \alpha_{31}F_2 + \alpha_{32}[T_2 - p(b)F_2] + \alpha_{33}[O_2 - 2p(b)T_2 + p^2(b)F_2 - p'(b)F_2], \\ \theta_3 &= \frac{\gamma_3}{d_2} - \{\alpha_{31}K_2 + \alpha_{32}[U_2 - p(b)K_2] + \alpha_{33}[V_2 - 2p(b)U_2 + p^2(b)K_2 - \\ &\quad - p'(b)K_2]\},\end{aligned}$$

$$d_1 = d(a), D_1 = D(a), E_1 = E(a), F_1 = F(a), K_1 = K(a),$$

$$d_2 = d(b), D_2 = D(b), E_2 = E(b), F_2 = F(b), K_2 = K(b),$$

$$P_1 = P(a), Q_1 = Q(a), T_1 = T(a), U_1 = U(a),$$

$$P_2 = P(b), Q_2 = Q(b), T_2 = T(b), U_2 = U(b),$$

$$M_1 = M(a), N_1 = N(a), O_1 = O(a), V_1 = V(a),$$

$$M_2 = M(b), N_2 = N(b), O_2 = O(b), V_2 = V(b)$$

мебошад.

Системаи (7) – ро тадқиқ карда аз рӯи назарияи умумии системаҳои хаттии алгебравӣ [6, с.83] оид ба ҳалшавандагии масъалаи 1 хулосаи ниҳой ҳосил мегардад.

Бигзор, ранги матритсаҳои асосӣ ва васеъкардашудаи системаи (7) мувофиқан r ва $\bar{r}$ ва муайянкунандаи асосии он

$$\Delta = \begin{vmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{vmatrix}$$

бошад. Он гоҳ тасдиқоти зерин дуруст аст:

Теорема. 1) агар $\Delta \neq 0$ бошад, он гоҳ масъалаи 1 ҳалли ягона дорад, ки он бо формулаи (4) ифода мешавад, дар он c_2, c_1, c_0 – ҳалли системаи (7) мебошад;

2) агар $\Delta = 0$ бошад, он гоҳ $r < 3$ аст ва ду ҳолат имконпазир мешавад. Агар $r = \bar{r}$ бошад, он гоҳ масъалаи 1 ҳалҳои бешумор дорад, ки онҳо бо ёрии ҳалҳои системаи (7), ки вобаста ба $3 - r$ доимӣҳои ихтиёрӣ ёфта мешаванд, бо формулаи (4) ифода меёбанд; агар $r \neq \bar{r}$ бошад, он гоҳ масъалаи 1 ҳал надорад.

Ҳамчун мисол барои муодилаи

$$y''' + 3xy'' + (2 + 3x^2)y' + (2x + x^3)y = xe^{-\frac{x^2}{2}}, x \in (0, 1) \quad (8)$$

масъаларо бо шартҳои

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y'(1) = 1 \quad (9)$$

тадқиқ мекунем ($x_0 = a = 0, b = 1$).

Муодилаи интегралӣ ба муодилаи додашуда мувофиқи (3) – тартиб медиҳем

$$\varphi(x) + \int_0^x [-(x - \xi)]\varphi(\xi)d\xi = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{2}c_2x^2 + c_1x + c_0$$

ва аз рӯи ядрояш $K(x, \xi) = -(x - \xi)$, ядроҳои такрориро ёфта, резолвентаи онро мувофиқи формулаи маълум [3, с.436] ҳисоб мекунем: $\Gamma(x, \xi) = -sh(x - \xi)$.

Аз рӯи резолвента, коэффитсиентҳо ва тарафи рости муодилаи додашуда функсияҳои маълуми дар формулаҳои (4) ва (5) дохилбударо мувофиқи формулаҳои ҷишон ҳисоб мекунем:

$$d(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad D(x) = chx - 1, \quad E(x) = shx, \quad F(x) = chx, \quad K(x) = -1 + chx - \frac{x^2}{2}, \\ P(x) = shx, \quad Q(x) = chx, \quad T(x) = shx, \quad U(x) = shx - x, \quad M(x) = chx, \\ N(x) = shx, \quad O(x) = chx, \quad V(x) = chx - 1,$$

дар рафти ин кор аз ҳисоби натиҷаи интегралҳои зерин истифода мебарем:

$$\int_0^x sh(x - \xi) d\xi = chx - 1, \quad \int_0^x \xi sh(x - \xi) d\xi = shx - x,$$

$$\int_0^x \xi^2 sh(x - \xi) d\xi = -x^2 + 2(chx - 1),$$

$$\int_t^x (\xi - t)^2 sh(x - \xi) d\xi = -(x - t)^2 + 2ch(x - t) - 2.$$

Натиҷаҳоро ба формулаи (4) гузошта ҳалли умумии муодилаи (8) – ро дар намуди зерин ҳосил мекунем:

$$y(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} \left[c_2(chx - 1) + c_1 shx + c_0 chx - 1 + chx - \frac{x^2}{2} \right]. \quad (10)$$

Акнун онро ба шартҳои (9) тобеъ мегардонем. Дар натиҷа системаи зерини алгебравӣ ҳосил мешавад:

$$c_0 = 1$$

$$c_1 = 0$$

$$(sh1 - ch1 + 1)c_2 + (ch1 - sh1)c_1 + (sh1 - ch1)c_0 = \sqrt{e} + ch1 - sh1 - \frac{1}{2},$$

ки ҳалли ягонаи

$$c_0 = 1, c_1 = 0, c_2 = \frac{2e\sqrt{e} + 4 - e}{2(e - 1)}$$

– ро дорад. Ин ҳалро ба формулаи (10) гузошта, ҳалли ягонаи масъалаи додашударо дар намуди зерин пайдо мекунем:

$$y(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} \left[\frac{2e\sqrt{e} + 4 - e}{2(e - 1)} (chx - 1) + 2chx - 1 - \frac{x^2}{2} \right].$$

Қайд. Ба мисли болоӣ масъалаҳои канориро бо шартҳои зерин низ тадқиқ кардан мумкин аст:

$$\beta_{11}y(a) + \beta_{12}y'(a) + \beta_{13}y''(a) = \delta_1$$

$$\beta_{21}y(b) + \beta_{22}y'(b) + \beta_{23}y''(b) = \delta_2$$

$$\beta_{31}y(b) + \beta_{32}y'(b) + \beta_{33}y''(b) = \delta_3;$$

$$\alpha_{11}y(a) + \alpha_{12}y'(a) + \alpha_{13}y''(a) + \alpha_{14}y(b) + \alpha_{15}y'(b) + \alpha_{16}y''(b) = \theta_1$$

$$\alpha_{21}y(a) + \alpha_{22}y'(a) + \alpha_{23}y''(a) + \alpha_{24}y(b) + \alpha_{25}y'(b) + \alpha_{26}y''(b) = \theta_2$$

$$\alpha_{31}y(a) + \alpha_{32}y'(a) + \alpha_{33}y''(a) + \alpha_{34}y(b) + \alpha_{35}y'(b) + \alpha_{36}y''(b) = \theta_3.$$

Адабиёт

1. *Олимов А.Г.* К теории линейных обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков / *А.Г. Олимов* // Ученые записки Худжандского государственного университета им. академика Б.Г.Гафурова. Естественные и экономические науки. – 2016, №2(37). – С.16–21.
2. *Бицадзе А. В.* Уравнения математической физики / *А.В. Бицадзе* – М.: Наука, 1982. – 336 с.
3. *Сабитов К.Б.* Функциональные, дифференциальные и интегральные уравнения: Учеб. пособие для вузов / *К.Б. Сабитов* – М.: Высш. шк. 2005. – 671 с.
4. *Лизоркин П.И.* Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа / *П.И. Лизоркин* – М: Наука, 1981. – 384с.
5. *Краснов М.Л.* Интегральные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями / *М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко.* – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 192с.
6. *Окунев Л.Я.* Высшая алгебра: учебник / *Л.Я. Окунев.* – 3-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2021. – 336 с.

МАСЪАЛАҲОИ КАНОРӢ БАРОИ МУОДИЛАИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ОДИИ ХАТТИИ ТАРТИБИ СЕӢОМ

Фишурда. Дар мақола тарзи тадқиқи масъалаҳои канорӣ барои муодилаи дифференсиалии одии намуди умумии тартиби сеюм бо коэффитсиентҳои бефосила дида баромада, шартҳои ҳалшавандагӣ ва якқимата ҳалшавандагии онҳо, инчунин формулаи тасвири ҳалҳо ҳосил карда шудааст. Дар раванди тадқиқ аз резолвентаи муодилаи интегралӣ мувофиқ истифода бурда формулаҳои ҳалли умумии муодила ва операторҳои дифференсиалии бо муодила алоқаманд дар намуди барои истифодабарӣ қулай навишта ва аз рӯи онҳо барои ҳосилаҳои функсияи номаълум формулаҳо ҳосил карда мешаванд. Тадқиқи масъалаҳои канорӣ ба тадқиқи системаи муодилаҳои хаттии алгебравӣ оварда, хулосаи умумӣ оид ба ҳалшавандагии онҳо бо ёрии мафҳумҳои муайянкунанда ва ранги матритсаҳои системаи алгебравӣ бароварда шудааст.

Вожаҳои калидӣ: муодилаи дифференсиалии одии хаттии тартиби сеюм, муодилаи интегралӣ навъи дуҷуми Волтерр, резолвента, оператори дифференсиалӣ, ҳалли умумӣ, масъалаи канорӣ, системаи муодилаҳои хаттии алгебравӣ, шартҳои ҳалшавандагӣ.

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Аннотация. В статье рассматривается способ исследования краевых задач для обыкновенного дифференциального уравнения третьего порядка общего вида с непрерывными коэффициентами, получены условия их разрешимости и однозначной разрешимости, а также формула представления решений. В процессе исследования использованием резольвенты соответствующего интегрального уравнения формулы общего решения уравнения и дифференциальных операторов, связанных с ним, приводятся к удобному для применения виду и с их помощью выводятся формулы для производных неизвестной функции. Исследование краевых задач сводится к исследованию системы линейных алгебраических уравнений и общее заключение об их разрешимости выводится в терминах детерминанта и ранга матриц алгебраической системы.

Ключевые слова: линейное обыкновенное дифференциальное уравнение третьего порядка, интегральное уравнение Вольтерра второго рода, резольвента, дифференциальный оператор, общее решение, краевая задача, система линейных алгебраических уравнений, условия разрешимости.

BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR A LINEAR ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION OF THE THIRD ORDER

Annotation. The article discusses a method for studying boundary value problems for a general third-order ordinary differential equation with continuous coefficients, and provides conditions for their solvability and unambiguous solvability, as well as a formula for representing solutions. In the course of the study, using the resolvent of the corresponding integral equation, the formulas for the general solution of the equation and the differential operators associated with it are reduced to an easy-to-use form and formulas for derivatives of an unknown function are derived with their help. The study of boundary value problems is reduced to the study of a system of linear algebraic equations and the general conclusion about their solvability is derived in terms of the determinant and rank of the matrices of the algebraic system.

Keywords: linear ordinary differential equation of the third order, Volterra integral equation of the second kind, resolvent, differential operator, general solution, boundary value problem, system of linear algebraic equations, solvability conditions.

Маълумот дар бораи муаллиф: Олимӣ Абдуманон Ғафурзода – н.и.ф.-м., дотсенти кафедраи анализи математикии МДТ “Донишгоҳи давлатии Хучанд ба номи академик Б. Ғафуров”. **Суроға:** 735700, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Хучанд, гузаргоҳи Мавлонбеков 1. **Телефон:** +992 92 623 50 74, **E-mail:** abdumanon1950@mail.ru.

Дадочонова Муқаддас Ёкубҷоновна – н.и.ф.-м., дотсент, мудири кафедраи математики олий ва амалии МДТ “Донишгоҳи давлатии Хучанд ба номи академик Б. Гафуров”. Суроға: 735700, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Хучанд, гузаргоҳи Мавлонбеков 1. Телефон: +992 92 784 00 26, E-mail: moqaddaskhon@mail.ru.

Сведения об авторах: Олими Абдуманон Гафорзода – к.ф.-м.н., доцент кафедры математического анализа ГОУ “Худжандский государственный университет имени академика Б.Гафурова”. Адрес: 735700, Республика Таджикистан, г. Худжанд, проезд Мавлонбекова 1. Телефон: +992 92 623 50 74, E-mail: abdumanon1950@mail.ru.

Дадоджанова Муқаддас Якубҷановна – к.ф.-м.н., доцент, зав. кафедрой высшей и прикладной математики ГОУ “Худжандский государственный университет имени академика Б.Гафурова”. Адрес: 735700, Республика Таджикистан, г. Худжанд, проезд Мавлонбекова 1. Телефон: +992 92 784 00 26, E-mail: moqaddaskhon@mail.ru.

Information about the author: Olimi Abdumanon Gaforzoda – candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the mathematical analysis Department under Khujand State University named after academician B.G.Gafurov, Address: Tajikistan Republic, Khujand, Mavlonbekov's passage 1. Tel.: +992 92 623 50 74, E-mail: abdumanon1950@mail.ru.

Dadojanova Mukaddas Yakubjanovna – candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor, Associate Professor, Head of the Higher and Applied Mathematics Department under Khujand State University named after academician B.G.Gafurov, Address: Tajikistan Republic, Khujand, Mavlonbekov's passage 1. Phone: +992 92 784 00 26, E-mail: moqaddaskhon@mail.ru.

Муқарриз: Раҳимова М.А. – н.и.ф.-м., дотсенти кафедраи фанҳои риёзӣ ва табиатшиносии муосир, ДДХБСТ

Мақола ба редакция ворид шуд: 18.10.2025

Аз тақриз баргашт: 15.11.2025

Ба чоп таъсия шуд: 25.11.2025

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
(ВНУТРЕННЕЙ ЭНЕРГИИ, ЭНЕРГИИ ГЕЛЬМГОЛЬЦА И ГИББСА)
ТРОЙНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ КАЛОРИМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ**

Сафарзода Ш.Р., Шерафгани Н.З.

Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава

Термодинамический анализ тройных систем имеет особое значение в области химии, физики и материаловедения. Для определения направления и возможности протекания физико-химических процессов необходимо использовать термодинамические параметры, включая внутреннюю энергию, энергию Гельмгольца и энергию Гиббса. Одним из эффективных методов анализа этих параметров является дифференциальная сканирующая калориметрия (ДСК).

Основной целью данного исследования является расчет и анализ изменений термодинамических параметров в тройных системах с использованием экспериментальных данных ДСК.

Основные задачи:

- Определение изменений внутренней энергии, энергии Гельмгольца и энергии Гиббса в переходных процессах;
- Анализ направления процесса и его возможности на основе второго закона термодинамики;
- Сравнение термодинамических свойств компонентов системы.

Изменение внутренней энергии исследованных трехкомпонентных смесей было экспериментально исследовано с помощью сканирующего калориметра [3, с.12; 4 с.74; 5, с.23], который подробно приведен во второй главе.

Согласно всем источникам, внутренняя энергия U представляет собой суммарную энергию теплового движения микроскопических частиц, составляющих систему (молекул, атомов и подобных). В эту энергию входит также энергия, связанная с взаимодействием между этими частицами. Важно отметить, что внутренняя энергия не включает в себя кинетическую энергию поступательного движения всей системы в целом, а также потенциальную энергию, обусловленную взаимодействием системы с внешними полями.

Внутренняя энергия системы обладает уникальной термодинамической характеристикой: она представляет собой четко определенное (хотя и не всегда

однозначно выражаемое) свойство системы в любом ее состоянии. Важно отметить, что значение внутренней энергии не зависит от того, каким образом система достигла данного состояния. При переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется исключительно разницей между внутренней энергией начального и конечного состояний, независимо от самого пути этого перехода [3, с.44; 4, с.56].

В результате исследования термодинамических свойств была получена формула для определения изменения внутренней энергии:

$$\Delta U = \Delta H - P\Delta V \quad (1)$$

Используя уравнение Менделеева-Клипперона уравнение (1) можно записать иначе:

$$\Delta U = \Delta H - \frac{m}{\mu} R\Delta T \quad (2)$$

Здесь ΔH - изменение энтальпии в тернарной системе, m - масса смесей трехкомпонентных систем для каждого объекта, μ - молярная масса объекта, а ΔT - изменение температуры.

Второй закон термодинамики часто используется для ответа на вопрос о возможности осуществления того или иного процесса. Этот закон можно сформулировать следующим образом: любой самопроизвольный процесс, включая химическую реакцию, может быть выражен через преобразование свободной энергии системы (при постоянных температуре и давлении) или энергии Гельмгольца (при постоянных температуре и объёме) для данного процесса. В термодинамике свободная энергия Гиббса — это часть полной энергии системы, которая может быть использована с максимальной эффективностью.

Энергия Гиббса, то есть изобарно-изотермический потенциал или как называют свободная энтальпия – является одним из основных потенциалов термодинамической системы. Процесс изотермического равновесия без использования внешних сил может происходить только самопроизвольно в направлении уменьшения энергии Гиббса до достижения ее минимума, что соответствует термодинамическому состоянию равновесия системы [5, с.15].

Известно, что изменение энергии Гиббса обусловлено взаимодействием энтальпийного и энтропийного вкладов, что количественно выражается следующим уравнением:

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S \quad (3)$$

В данной ситуации изменение свободной энергии (энергии Гиббса) отражает как трансформацию энергетического состояния системы, так и уровень её термодинамической спонтанности. Поскольку энергия Гиббса является мерой процесса спонтанности, существуют следующие зависимости

(физический смысл энергии Гиббса) между знаком ΔG для каждого процесса и его самопроизвольным течением (при постоянной температуре и давлении):

1. Если ΔG отрицательно ($\Delta G < 0$), процесс самопроизвольно продвигается вперед.

2. Когда ΔG равно нулю ($\Delta G = 0$), процесс находится в равновесии.

3. Если ΔG положительно ($\Delta G > 0$), прямой процесс не может происходить спонтанно. Однако обратная реакция происходит спонтанно [5 с.9; 6, с.89].

Термодинамический потенциал называется функцией состояния, уменьшение которой в обратимом процессе при константе, определенных параметров равно максимальной полезной работе.

Двумя наиболее важными термодинамическими потенциалами являются энергия Гельмгольца F (T, V) и энергия Гиббса G (T, p). В скобках указаны параметры, от которых зависит функция, являющейся термодинамическим потенциалом.

Энергия Гельмгольца представляет собой термодинамическую функцию, зависящую от внутренней энергии системы (U), энтропии (S) и абсолютной температуры (T), и определяется выражением:

$$F=U-TS \quad (4)$$

При условии постоянства температуры и объема изменение энергии Гельмгольца может быть описано следующим уравнением:

$$\Delta F=\Delta U-T\Delta S \quad (5)$$

Показатель ΔF отражает разницу между начальным и конечным состояниями системы. Как и другие термодинамические величины, анализируемые в данной ситуации, он представляет собой функцию состояния.

Как и энергия Гиббса, энергия Гельмгольца используется для определения спонтанности процессов. В замкнутой системе с постоянной температурой и объемом, процессы, приводящие к уменьшению значения F , протекают самопроизвольно.

Таким образом:

- если $\Delta F < 0$, процесс является самопроизвольным;
- если $\Delta F > 0$, самопроизвольно реализуется обратный процесс;
- если $\Delta F = 0$, система находится в состоянии термодинамического равновесия.

Когда ΔF равен нулю, система достигает состояния термодинамического равновесия.

Для исследования термодинамических параметров (внутренней энергии, энергии Гиббса и Гельмгольца) тернарных систем использовались данные об

удельной теплоемкости, энтальпии и энтропии, полученные методом сканирующего калориметра, и плотность, полученная методом пикнометрического взвешивания. Результаты экспериментальных исследований внутренней энергии, энергии Гиббса, а также энергии Гельмгольца при нагреве и охлаждении приведены в таблицах 1. [3, с.52; 7, с.11; 8, с.24].

Таблица 1. Изменение внутренней энергии, энергия Гиббса и Гельмгольца тернарных смесей - кремниевой кислоты, МСУНТ и нанопорошка гидразина пятого образца ($59,79\% \text{H}_2\text{SiO}_3 + 37,38\% \text{N}_2\text{H}_4 + 2,84\% \text{МСУНТ}$) в зависимости от температуры

При нагревании											
Опыт №1				Опыт №2				Опыт №3			
T, K	ΔU , кДж	ΔG , кДж	ΔF , кДж	T, K	ΔU , кДж	ΔG , кДж	ΔF , кДж	T, K	ΔU , кДж	ΔG , кДж	ΔF , кДж
295				293				281			
297	5	4	5	293	0	0	0	281	0	0	0
299	9	9	9	301	19	18	19	287	14	13	14
318	48	46	48	309	20	19	20	307	49	46	48
347	80	76	79	345	99	93	97	354	132	125	129
364	49	34	36	374	85	81	84	379	75	71	74
365	50	37	37	404	96	91	94	388	27	26	27
370	15	14	14	431	93	89	91	400	38	36	37
385	46	43	45	457	96	92	95	419	62	59	61
401	51	48	50	483	102	97	100	443	85	81	84
442	145	127	132	505	91	87	90	473	114	109	112
448	21	8	9	526	91	88	90	499	105	101	104
442	20	8	7	540	63	60	62	523	103	99	102
550	495	476	487	551	50	48	50	540	76	73	75
555	23	22	23	563	56	54	55	553	60	57	59
562	33	31	32	573	48	46	47	562	42	40	41
567	24	23	23	580	34	33	33	569	33	32	33
572	24	23	23	588	39	38	39	576	34	32	33
575	14	14	14	593	25	24	24	581	24	23	24
579	19	18	19	600	35	34	35	587	30	28	29
582	15	14	14	605	25	24	25	592	25	24	24
584	10	9	10	608	15	15	15	596	20	19	20
587	15	14	15	612	21	20	20	597	5	5	5
590	15	14	15	616	21	20	20	599	10	10	10
592	10	10	10	618	10	10	10	602	15	15	15
594	10	10	10	620	10	10	10	605	15	15	15
596	10	10	10	622	11	10	10	608	15	15	15

599	15	15	15	623	5	5	5	610	10	10	10
602	5	5	5	624	5	5	5	613	15	15	15
606	10	10	10	625	5	5	5	616	16	15	15
608	10	10	10					618	10	10	10
609	5	5	5					620	10	10	10
610	5	5	5					622	11	10	10
При охлаждении											
609	-5	-5	-5	622	-16	-15	-16	616	-31	-30	-31
596	-65	-63	-64	600	-111	-107	-109	593	-114	-110	-113
565	-146	-140	-143	570	-142	-137	-140	563	-140	-135	-138
535	-133	-128	-131	531	-171	-164	-168	527	-156	-150	-154
505	-126	-121	-124	497	-137	-132	-135	498	-118	-113	-116
471	-129	-123	-127	470	-102	-98	-101	473	-95	-91	-94
445	-92	-88	-91	447	-82	-78	-81	451	-79	-76	-78
426	-65	-62	-64	429	-62	-59	-61	435	-56	-53	-55
409	-55	-53	-55	411	-59	-56	-58	415	-66	-63	-65
392	-52	-50	-51	397	-44	-42	-43	402	-41	-39	-41
379	-39	-37	-38	383	-42	-40	-42	390	-37	-35	-36
368	-32	-30	-31	372	-32	-31	-32	379	-33	-31	-32
357	-31	-29	-31	362	-29	-27	-28	371	-23	-22	-23
350	-19	-18	-19	356	-17	-16	-17	363	-23	-22	-23
341	-24	-23	-24	348	-22	-21	-22	355	-22	-21	-22
335	-16	-15	-16	341	-19	-18	-19	348	-19	-18	-19
330	-13	-12	-13	335	-16	-15	-16	337	-11	-10	-11
324	-16	-15	-15	329	-16	-15	-16	329	-8	-7	-8
320	-10	-10	-10	321	-10	-10	-10	324	-13	-12	-13
317	-8	-7	-7	314	-10	-9	-10	320	-10	-10	-10
313	-10	-9	-10	308	-7	-7	-7	314	-10	-9	-10
310	-7	-7	-7	304	-5	-5	-5	310	-5	-5	-5
307	-7	-7	-7	302	-2	-2	-2	306	-5	-5	-5
305	-5	-5	-5	300	-5	-5	-5	304	-5	-5	-5
302	-7	-7	-7	298	-5	-5	-5	302	-5	-5	-5
300	-5	-5	-5	296	-5	-4	-5	300	-2	-2	-2
297	-5	-4	-5	295	-2	-2	-2	297	-2	-2	-2
295	-5	-4	-5					295	-2	-2	-2

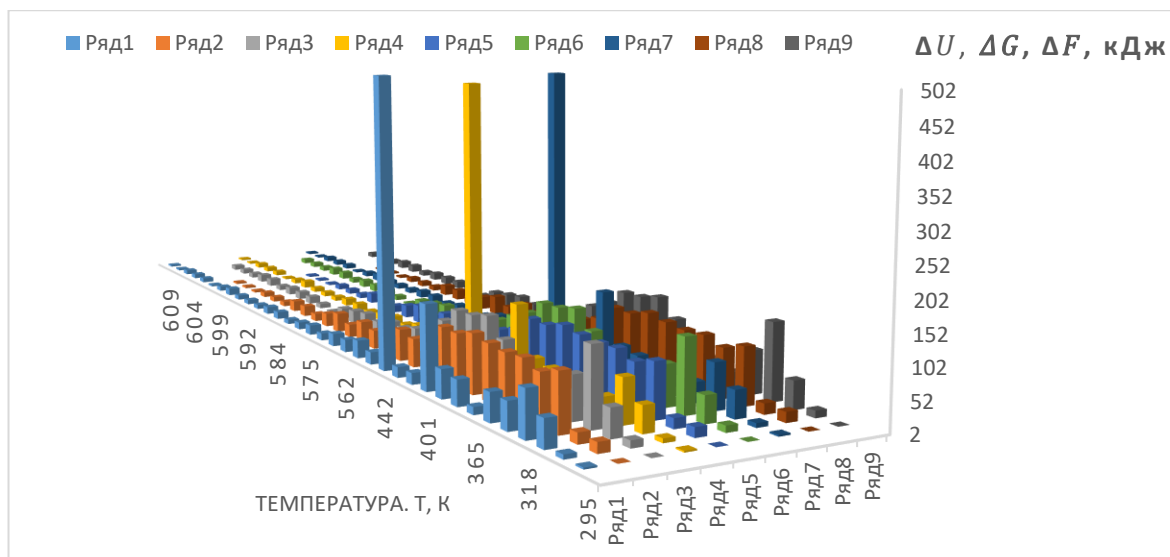


Рисунок 1. Зависимости изменения внутренней энергии (ряд 1, ряд 2, ряд 3), энергии Гиббса (ряд 4, ряд 5, ряд 6) и Гельмгольца (ряд 7, ряд 8, ряд 9) от температуры при нагревании тернарных систем под влиянием нанопорошка гидразина

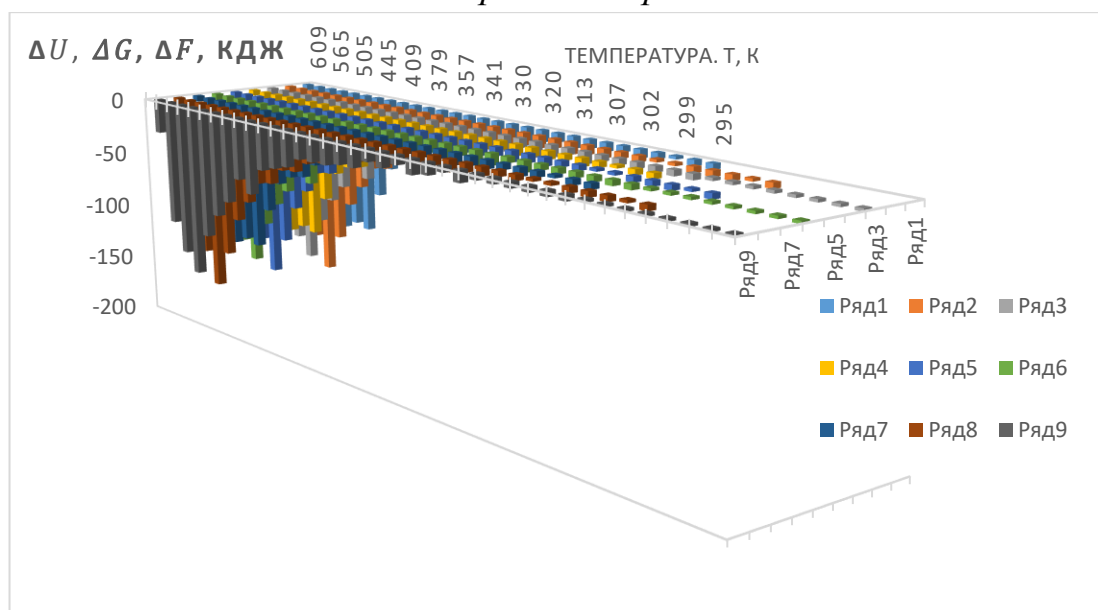


Рисунок 2. Зависимости изменения внутренней энергии (ряд 1, ряд 2, ряд 3), энергии Гиббса (ряд 4, ряд 5, ряд 6) и Гельмгольца (ряд 7, ряд 8, ряд 9) от температуры при охлаждении тернарных систем под влияние нанопорошка гидразина

Состояние термодинамического равновесия очень постоянно. Чтобы система стала неуравновешенной, необходимо выявить некоторые внешние факторы (Р, Т, накопление и т. д.).

При рассмотрении альтернативного термодинамического закона становится очевидным, что внутренняя энергия системы зависит от её

объёма [8, с.9; 10, с.84]. Это обусловлено тем, что при изменении объёма изменяется межмолекулярное расстояние, а следовательно — потенциальная энергия взаимодействия между молекулами при сохранении их общего количества. Кроме того, внутренняя энергия включает в себя и собственную энергию молекул, которая охватывает такие компоненты, как энергия возбуждённых электронных состояний, энергия ядерных возбуждений, а также энергия вращательных движений атомов в асимметричных молекулах и другие подобные формы [9, с.49]. В механике энергия в установившемся состоянии при потенциале наименьшая, а для энтропии, наоборот, энтропия усиливается во всех процессах.

Включение потенциалов Гиббса и Гельмгольца в термодинамический анализ обосновано тем, что химические воздействия стремятся минимизировать эти потенциалы. Стабильное равновесие в системе устанавливается, когда значения энергии Гиббса или энергии Гельмгольца достигают минимума [9, с.71].

Важно подчеркнуть, что свободная энергия, учитываемая с отрицательным знаком ($-\Delta F$), играет ключевую роль в достижении устойчивого равновесия, как в химических, так и в термодинамических системах. Равновесие устанавливается при максимальной энтропии, поскольку свободная энергия, выраженная с минусом, стремится к своему наименьшему значению.

Как видно из таблиц 1, во всех экспериментах при нагревании и изучении объекта, система движется в обратном направлении, то есть $\Delta F > 0$, а во всех экспериментах с объектами тернарных систем при остывании процесс самопроизвольно движется в прямом направлении ($\Delta F < 0$).

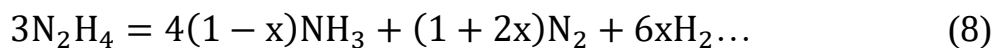
В указанных условиях изменения свободной энергии и энтальпии обусловлены процессом разложения гидразина с образованием аммиака, азота и водорода. При этом термодинамические характеристики реакции зависят преимущественно от количества аммиака, полученного из одного моля гидразина. Следует отметить, что реакции, приводящие к образованию значительного объёма аммиака, демонстрируют меньшую термодинамическую устойчивость. Теоретически самая дружелюбная реакция - это



что свидетельствует об усилении неустойчивости гидразина в присутствии водорода. В отсутствие водорода реакция термодинамики более благоприятна.



Общее уравнение реакции разложения гидразина на аммиак, азот и водород выглядит следующим образом:



Если разложение аммиака доходит до конца, уравнение (8) сводится к уравнению.



Экспериментально наблюдаемая реакция, более полно соответствующая уравнению (7), представляет собой реакцию термического разложения твердого гидразина до оксида кремния в интервале температур от 250 до 310 °С, то есть реакция первого порядка, которая называется гидрогеном реакции [10, с.31].

На графиках 1 и в таблицах 1 видно, что при нагревании исследуемой системы в первых опытах во всех образцах фиксируется наибольшее значение термодинамических параметров тернарных смесей (внутренняя энергия, энергия Гиббса и энергия Гельмгольца). Это связано с изменением агрегатного состояния вещества, то есть с фазовым превращением. Поскольку гидразин плавится при температуре 2°С и кипит при температуре 113,5°С, а температура разрушения многослойных углеродных нанотрубок составляет 500-600°С, все новые превращения являются новыми из-за повреждения нанопорошка гидразина кремниевой кислоты и МСУНТ. В двух других экспериментах при всех концентрациях в определенном диапазоне температур термодинамические параметры трехкомпонентных смесей (внутренняя энергия, энергия Гиббса и энергия Гельмгольца) выше. Это можно объяснить тем, что в этих диапазонах во всех концентрациях скорость нагрева выше, чем в других диапазонах.

Расчеты термодинамических параметров трехкомпонентных смесей (внутренняя энергия, энергия Гиббса и энергия Гельмгольца) в трехкомпонентной системе при охлаждении приведены в таблицах 1.

Из рисунков 2, видно, что при остывании смесей тернарных систем изменение термодинамических параметров (внутренней энергии, энергии Гиббса и энергии Гельмгольца) быстро увеличивается, а потом постепенно и медленно уменьшается. Из таблицы видно, что при остывании от 600 К до 450 К скорость охлаждения выше, чем в других диапазонах, что является причиной сильного изменения температуры и это приводит к сильному изменению параметров термодинамики.

При остывании состояния кристаллизации не наблюдается. Это можно объяснить тем, что гидразин полностью испаряется при температуре выше 600К.

Из графиков видно, что максимальное значение внутренней энергии проявляется в диапазоне температур от 600К до 450К. Это связано с максимальным изменением температуры.

Расчёт и анализ термодинамических параметров методом ДСК позволяет глубже понять внутренние процессы в тройных системах. Этот метод широко применяется для изучения новых материалов, химических реакций и физических процессов в различных средах.

Литература

1. Сафаров, Ш.Р. Влияние нанопорошка гидразина на изменение внутренней энергии тернарной системы многослойной углеродной нано-трубки и кремниевой кислоты / Х.Х. Ойматова, Ш.Р. Сафаров, С.С. Рафиев, Дж.Ф. Собиров, М.М. Сафаров // Вестник Филиала МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Душанбе (научный журнал) / Серия естественных наук. – Душанбе, 2018. - №3(2). - С.83-90.
2. Сафаров, Ш.Р. Влияние нанопорошка гидразина на изменение энергии Гиббса в тернарных системах / Х.Х. Ойматова, Ш.Р. Сафаров, Дж.Ф. Собиров, С.С. Рафиев, М.М. Сафаров // Инновация. Наука. Образование. (научный журнал). - Москва, 2021. - №27. - С.917-925.
3. Сафаров, Ш.Р. Расчет одного из основных термодинамических потенциалов (энергия Гельмгольца) тернарных систем / Ш.Р. Сафаров, Х.Х. Ойматова, С.С. Рафиев, М.М. Сафаров, М.А. Файзова // Научные тенденции: Вопросы точных и технических наук (Сборник научных трудов). - Санкт-Петербург, 2020. - С.19-21.
4. Учебные материалы. Энергия Гиббса. <https://works.doklad.ru>.
5. Кубо, Р. Термодинамика. /Кубо Р. // Мир. - М.: - 1970. - 304 с.
6. Сафаров, Ш.Р. Влияние нанопорошка гидразина на изменение энтальпии тернарных систем. /Ш.Р. Сафаров, Х.Х. Ойматова, М.А. Зарипова, М.М. Сафаров, М.А. Файзова // Вестник Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава (научный журнал). – Бохтар, 2020. - №2/2(75). - С.43-49.
7. Сафаров, Ш.Р. Влияние нанопорошка гидразина на изменение энтропии, удельной теплоты плавления тернарных систем / Ш.Р. Сафаров, Х.Х. Ойматова, Дж.Ф. Собиров, М.М. Сафаров, С.С. Рафиев, К. Мухамадали, Д.А. Назирмадов, Б.А.Тимеркаев, А.Г. Мирзомамадов, С.С. Абдуназаров, З.К. Хусайнов // Материалы Международной научной конференции «Современные проблемы естественных и гуманитарных наук и их роль в укреплении научных связей между странами». – Душанбе, 2019. - С. 109-113.
8. Сафаров, М.М. Теплоёмкость порошка кремниевых кислот в зависимости от температуры: материалы международной научно-практической конференции «Независимость - основа развития энергетики страны» / М.М. Сафаров, М.А. Абдуллоев, Х.А. Зоиров и др. – Бохтар: 2017-С.102-108.
9. Глаголев, К.В., Морозов А.Н. Физическая термодинамика. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. 272 с.
10. Audrieth, L. F. Audrieth L. F., Betty Ackerson Ogg. The chemistry of hydrazine/ New York. - 1951.- p. 6, 84-85.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК (ВНУТРЕННЕЙ ЭНЕРГИИ, ЭНЕРГИИ ГЕЛЬМГОЛЬЦА И ГИББСА) ТРОЙНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ КАЛОРИМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Аннотация: В данной статье рассмотрен расчёт термодинамических характеристик (изменения внутренней энергии, энергии Гельмгольца и энергии Гиббса) тернарных систем, многослойной углеродной нанотрубки и кремниевой кислоты. При смешивании нанопорошка гидразина с кремниевой кислотой и многослойной углеродной нанотрубкой был получен новый уникальный материал, обладающий новыми теплофизическими, электрическими и механическими свойствами. С помощью данных сканирующего калориметра были рассчитаны изменения внутренней энергии, энергии Гельмгольца и энергии Гиббса. При нагревании тернарных систем максимальные значения внутренней энергии, энергии Гельмгольца и энергии Гиббса возникают за счёт фазовых превращений, а при охлаждении максимальные значения внутренней энергии наблюдаются вследствие наибольшего изменения температуры, то есть в интервале температур от 620 К до 400 К процесс охлаждения протекает быстрее, чем в других температурных интервалах.

Ключевые слова: внутренняя энергия, энергия Гельмгольца, энергия Гиббса термодинамический характеристик, нанопорошок гидразина, МСУНТ, кремниевая кислота.

ҲИСОБ КАРДАНИ ПАРАМЕТРҲОИ ТЕРМОДИНАМИКӢ (ТАӢИРӢБИИ ЭНЕРГИЯИ ДОХИЛӢ, ЭНЕРГИЯИ ГЕЛМГОЛС ВА ГИББС) СИСТЕМАИ СЕЧУЗӢА (АЗ РУИ УСУЛИ КДС)

Ҷамӯи маълумот. Дар мақолаи пешниҳодгардида ҳисобкунии параметрҳои термодинамикӣ (тағйирёбии энергияи дохилӣ, энергияи Гелмголс ва энергияи Гиббс) системаи сечанда, наноайчаҳои бисёрқабатаи карбонӣ ва кислотаи силитсий мавради тадқиқ қарор гирифтааст. Дар натиҷаи омехтакунии таъсири наноҳокаи гидразин ба кислотаи силитсий ва наноайчаҳои бисёрқабатаи карбонӣ ба мо як навъи беҳтарини материалро бо хосиятҳои навӣ гармофизикӣ, электрикӣ ва механикӣ медиҳад. Бо ёрии маълумотҳои калориметри сабткунанда тағйирёбии энергияӣ, дохилии энергияи Гелмголс ва энергияи Гиббс ҳисоб карда шудааст.

Ҳангоми гарм кардани системаи сечуза қимати максималии энергияи дохилӣ, энергияи Гелмголс ва энергияи Гиббс аз ҳисоби гузариши фазавӣ ба амал меояд. Ҳангоми хунукшавии система, қимати максималии энергияи дохилӣ, энергияи Гелмголс ва энергияи Гиббс аз ҳисоби тағйирёбии максималии ҳарорат, яъне дар ҳудудҳои аз 620К то 400К суръати хунукшавӣ назар ба ҳудудҳои дигар бениҳоят калон мебошад, ба амал меояд..

Калидвожаҳо: энергияи дохилӣ, энергияи Гелмголс, энергияи Гиббс характеристикаи термодинамикӣ, наноҳокаи гидразин, НКБ, кислотаи силитсий.

CALCULATION OF THERMODYNAMIC PARAMETERS (CHANGES IN THE INTERNAL ENERGY, HELMHOLTZ ENERGY AND GIBBS) OF TERNARY SYSTEMS (BY THE DSC METHOD)

Annotation. This article discusses the calculation of thermodynamic parameters (change in internal energy, Helmholtz energy and Gibbs energy) of ternary systems, multilayer carbon nanotubes and silicic acid. By mixing hydrazine nanopowder with silicic acids and a multilayer carbon nanotube, we will get a new unique material with new thermal, electrical and mechanical properties. Using the scanning calorimeter data, the change in internal energy, Helmholtz energy, and Gibbs energy was calculated. When heating ternary systems, the maximum value of internal energy, Helmholtz energy and Gibbs energy appears due to phase transformations, and when cooling, the maximum values of internal energy appear due to the maximum change in temperature, i.e. in the temperature range from 620K to 400K, the cooling process is faster than in other intervals.

Key words: internal energy, Helmholtz energy, Gibbs energy, thermodynamic characteristics, hydrazine nanoparashock, MWCNT, silicic acid.

Сведения об авторах: *Сафарзода Шохин Рустам* – преподаватель кафедры общей физики БГУ имени Носира Хусрава. Адрес: Республика Таджикистан, г.Бохтар, ул. С. Айни, 67. E-mail: safarov88-88@mail.ru. Тел.: (+992) 884-44-04-01.

Шерафгани Нурали Зулфзода – преподаватель кафедры общей физики БГУ имени Носира Хусрава. Адрес: Республика Таджикистан, г.Бохтар, ул. С. Айни, 67. Тел.: (+992) 885-55-75-81.

Маълумот дар бораи муаллифони: *Сафарзода Шохин Рустам* – омӯзгори кафедраи физикаи умумии ДДБ ба номи Носир Хусрав. Суроға: Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш.Бохтар, кӯчаи С. Айни, 67. E-mail: safarov88-88@mail.ru. Тел.: (+992) 884-44-04-01.

Шерафгани Нурали Зулфзода – омӯзгори кафедраи физикаи умумии ДДБ ба номи Носир Хусрав. Суроға: Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш.Бохтар, кӯчаи С. Айни, 67. Тел.: (+992) 885-55-75-81.

Authors' information: *Safarzoda Shokhin Rustam* – lecturer of the Department of General Physics of BSU named after Nosir Khusrav. Address: Republic of Tajikistan, the city of Dushanbe, S. Ainiy str., 67. E-mail: safarov88-88@mail.ru. Tel.: (+992) 884-44-04-01.

Sherafgani Nurali Zulfzoda – lecturer of the Department of General Physics of BSU named after Nosir Khusrav. Address: Republic of Tajikistan, the city of Dushanbe, S. Ainiy str., 67. Tel.: (+992) 885-55-75-81.

Рецензент: *Джахонгири А.* – к.т.н., и.о. доцента
кафедры автоматизирование электроприводов ИЭТ
Мақола ба редакция ворид шуд: 17.10.2025
Аз тақриз баргашт: 14.11.2025
Ба чоп таъсия шуд: 22.11.2025

**САНЧИШИ МОДЕЛИ МАТЕМАТИКӢ ВА КОМПЮТЕРИИ
КРИТЕРИЯИ АЛГЕБРАВИИ УСТУВОРИЯТИ ГУРВИТС БО
МУОДИЛАИ ХАРАКТЕРИСТИКИИ ТАРТИБИ СЕЮМ ДАР МУҲИТИ
MATLAB**

Восидов Ш.Ю., *Шарофиддин Ю., **Умаров А.Н.

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

***Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав**

****Донишгоҳи давлатии Данғара**

Модел ва моделсозӣ мафҳумҳои универсиалӣ сифатҳои яке аз усулҳои пурқудрати маърифат дар ҳамаи соҳаҳои касбӣ, дониши системаҳо, равандҳо ва падидаҳо мебошад. [1, с. 16-17].

Дар бисёри ҳолатҳо модели компютерии системаи динамики омукташаванда ҳисоби интеграл ва ҳосиларо талаб мекунад, вай ба ҳали системаҳои алгебравӣ, усулҳои графикаи таҳқиқи функсияҳои аргументӣ як ё якчанд тағирёбанда (сохтани графикаи сатҳӣ, хатти қувагӣ, хатти ҷариён, хатти дараҷаи баробар, потенциал, ҳарорат, нуриҳои электрикӣ ва ғайра) машғул мебошад. [2, с. 86].

Санҷиши модели математикӣ ва компютерии критерияи алгебравии устуворияти Гурвитс, ки бо муодилаи характеристикии тартиби сеюм дода шудааст, мавриди омӯзиш қарор додаем, дар муҳити matlab баррасӣ намудан, имкониятҳои бештар ҷой доранд. Системаи MATLAB барои гирифтани натиҷаҳо ба таври ададӣ, стохастикӣ (эҳтимоли), графикӣ бисёр ҳам қулай мебошад. Яъне гуфтан бомаврид аст, ки омӯзиши системаи MATLAB барои ихтисосҳои равияҳои технологияҳои иттилоотӣ, коммуникатсионӣ ҳангоми омӯзиши моделсозии математикӣ яке аз пурқувваттарин системаҳои барномасозӣ ба ҳисоб меравад.

Мутахассисон дар соҳаи амсиласозии (моделсозии) математикӣ, физикӣ, геометрӣ барномаҳои компютериро ба таври васеъ истифода мебаранд [3, с. 71-72].

Дар муҳити забонҳои барномасозӣ барои моделсозии математикии масъалаҳои таълимӣ маълумот дар бораи объект барои коркард кардан дар компютер пешакӣ омода карда мешаванд.

Сипас модели математикӣ (расмӣ) дар компютер амалӣ карда мешавад, барои ин воситаҳои барномавии мувофиқ интихоб карда мешавад, алгоритми ҳалли масъала сохта мешавад, барномае навишта мешавад, ки ин алгоритмро амалӣ мекунад, сипас барномаи навишташуда

ислоҳ карда мешавад ва дар моделҳои озмоишии махсус омодашуда санҷида мешавад. Санҷиши барнома бо мақсади муайян кардани ҳатогиҳо мебошад [4, с. 79].

Акнун татбиқи модели компютерии критерияи алгебравии устуворияти Гурвитсро муоина менамоем, ки раванди моделсозии математикии компютериро инъикос карда тавонад.

Муодилаи характеристикӣ дар намуди умумӣ чунин навишта мешавад:

$$a_0 * S^n + a_1 * S^{n-1} + a_2 * S^{n-2} + \dots + a_{n-1} * S + a_n = 0. \quad (1)$$

Системаи муодилаи характеристикӣ тартиби севвум чунин шаклро дорад, ки дар зер оварда шудааст:

$$a_0 * S^3 + a_1 * S^2 + a_2 * S + a_3 = 0. \quad (2)$$

Муодилаи характеристикӣ тартиби севвум, ки дар намуди муодилаи 2 оварда шудааст, чунин муайянкунандае тартиб додан мумкин аст, ки он бо формулаи 3 ишора карда шудааст:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 * a_2 + a_0 * a_3 > 0 \quad (3)$$

Мувофиқи муодилаи (2) якчанд мисолҳоро дида мебароем. Мисоли намунавии №1 чунин аст:

$$S^3 + 2 * S^2 + 2 * S + 3 = 0. \text{ Дар ин ҷо } a_0 = 1; a_1 = 2; a_2 = 2; a_3 = 3.$$

Мувофиқи формулаи 3 мисоли додашударо ҳал мекунем.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 * a_2 + a_0 * a_3 > 0. \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 * 2 + 1 * 3 = 4 + 3 = 7 > 0.$$

Мувофиқи устуворияти критерияи Гурвитс агар ҷавоби ҳалли масъала мусбат бошад, пас мисоли додашуда устувор аст.

Мисоли намунавии №2 чунин аст:

$$S^3 - 2 * S^2 + 2 * S + 3 = 0. \text{ Дар ин ҷо } a_0 = 1; a_1 = -2; a_2 = 2; a_3 = 3.$$

Мувофиқи формулаи 3 мисоли додашударо ҳал мекунем.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 * a_2 + a_0 * a_3 > 0. \Delta_2 = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -2 * 2 + 1 * 3 = -4 + 3 = -1 < 0.$$

Мувофиқи устуворияти критерияи Гурвитс агар ҷавоби ҳалли масъала мусбат бошад, пас мисоли додашуда устувор аст. Дар ин ҷо системаи додашуда ноустувор аст.

Мисоли намунавии №3 чунин аст: $-3S^3 + 4 * S^2 + 3 * S + 4 = 0.$

Дар ин ҷо $a_0 = -3; a_1 = 4; a_2 = 3; a_3 = 4$.

Муфوفيқи формулаи 3 мисоли додашударо ҳал мекунем.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 * a_2 + a_0 * a_3 > 0. \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} = 3 * 4 + (-3) * 4 = 12 - 12 = 0.$$

Мувофиқи устуворияти критерияи Гурвитс агар ҷавоби ҳалли масъала мусбат бошад, пас мисоли додашуда устувор аст. Дар ин ҷо системаи додашуда ноустувор аст.

Аввал муодилаи характериستيкий тартиби сеюми додашударо бо усули моделсозии математикии компютерӣ дар се ҳолати овардашуда ҳангоми дохилкунии коэффитсиентҳо устувор ва ё ноустувор будани онҳоро муайян менамоем.

% Модели математикии компютерии мисолҳои намунавии №1, №2 ва №3 - ро бо намуди алгоритми зерин пешниҳод менамоем:

```
a0=input('Қимати a0= '); a1=input('Қимати a1= '); a2=input('Қимати a2= ');
a3=input('Қимати a3= '); w=tf([a0 a1 a2 a3 ],[1]), Delta2= a1 * a2 + a0 * a3
if(Delta2>0), disp(' Ҳолати якуми система устувор аст')
else
    if(Delta2<0), disp(' Ҳолати дууми система ноустувор аст')
else
    if(Delta2==0), disp(' Ҳолати сеюми система ноустувор аст')
else
    end; end; end;
a0=input('Қимати a0= '); a1=input('Қимати a1= '); a2=input('Қимати a2= ');
a3=input('Қимати a3= '); w=tf([a0 a1 a2 a3 ],[1]), Delta2= a1 * a2 + a0 * a3
if(Delta2>0), disp(' Ҳолати якуми система устувор аст')
else
    if(Delta2<0), disp(' Ҳолати дуввуми система ноустувор аст')
else
    if(Delta2==0), disp(' Ҳолати сеюми система ноустувор аст')
else
    end; end; end;
a0=input('Қимати a0= '); a1=input('Қимати a1= '); a2=input('Қимати a2= ');
a3=input('Қимати a3= '); w=tf([a0 a1 a2 a3 ],[1]), Delta2= a1 * a2 + a0 * a3
if(Delta2>0), disp(' Ҳолати якуми система устувор аст')
else
    if(Delta2<0), disp(' Ҳолати дуввуми система ноустувор аст')
else
```

```

if(Delta2==0), disp(' Ҳолати севвуми система ноустувор аст')
else
end; end; end;

```

Натиҷа

Қимати $a_0 = 1$

Қимати $a_1 = 2$

Қимати $a_2 = 2$

Қимати $a_3 = 3$

Transfer function:

$s^3 + 2s^2 + 2s + 3$

Delta2 = 7

Ҳолати якуми система устувор аст

Қимати $a_0 = 1$

Қимати $a_1 = -2$

Қимати $a_2 = 2$

Қимати $a_3 = 3$

Transfer function:

$s^3 - 2s^2 + 2s + 3$

Delta2 = -1

Ҳолати дуввуми система ноустувор аст

Қимати $a_0 = -3$

Қимати $a_1 = 4$

Қимати $a_2 = 3$

Қимати $a_3 = 4$

Transfer function:

$-3s^3 + 4s^2 + 3s + 4$

Delta2=0

Ҳолати севвуми система ноустувор аст

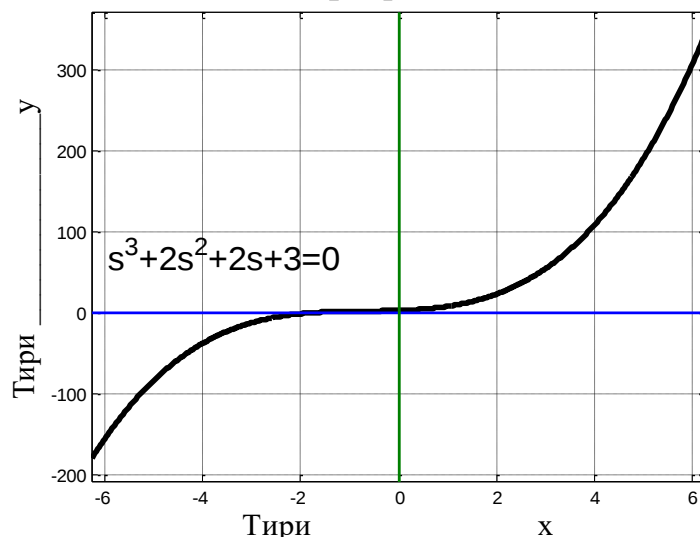
Аз натиҷа ба мо маълум гашт, ки ҳолати якуми система Delta2=7 аст, пас, система устувор аст, ҳолати дуюми система Delta2=-1 аст, пас, система ноустувор аст ва ҳолати сеюми система Delta2=0 аст, пас, система ноустувор аст. Яъне, ҳолати якуми система устувор ва ҳолатҳои дуюм ва сеюми система ноустувор аст.

Моделҳои математикии компютери мисолҳои намунавии додшударо пай дар пай бо намуди алгоритм пешниҳод менамоем.

Моделҳои математикии компютери мисолҳои намунавии №1- и додшударо бо намуди алгоритми зерин пешниҳод менамоем, ки дар расми 1 оварда шудааст:

```
f1=ezplot(' s^3+2*s^2+2*s+3 '); set(f1,'color','k'); set(f1,'LineWidth',3.11); grid
on; hold on; line([-6.3,0;6.3,0],[0,-210;0,390],'LineWidth',1.61); hold on
gtext(' s^3+2s^2+2s+3=0 ', 'fontsize',18, 'color','k');
xlabel('Тири_____x','fontsize',16,'FontName','Times New Roman', 'Color','k');
ylabel('Тири_____y','fontsize',16,'FontName','Times New Roman', 'Color','k');
```

Натиҷаи коркарди алгоритми муодилаи муоинашуда дар чунин шакл тасвир ёфтааст



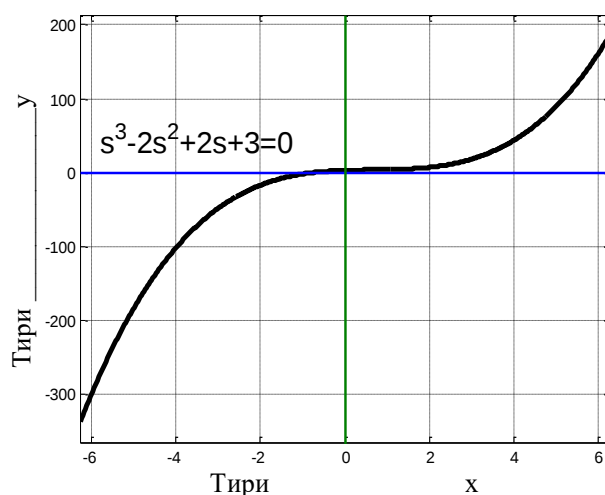
Расми 1. Графики муодилаи характериистики тартиби сеюми намуди

$$S^3 + 2S^2 + 2S + 3 = 0.$$

Моделҳои математикии компютери мисоли намунавии №2 - и додасударо бо намуди алгоритми зерин пешниҳод менамоем, ки дар расми 2 оварда шудааст:

```
f1=ezplot(' s^3-2*s^2+2*s+3 '); set(f1,'color','k'); set(f1,'LineWidth',3.11); grid
on; hold on;
line([-6.3,0;6.3,0],[0,-450;0,220],'LineWidth',1.61); hold on
gtext(' s^3-2s^2+2s+3=0 ', 'fontsize',18, 'color','k');
xlabel('Тири _____x','fontsize',16,'FontName','Times New Roman',
'Color','k');
ylabel('Тири _____y','fontsize',16,'FontName','Times New Roman',
'Color','k');
```

Натиҷаи коркарди алгоритми муодилаи муоинашуда дар чунин шакл тасвир ёфтааст



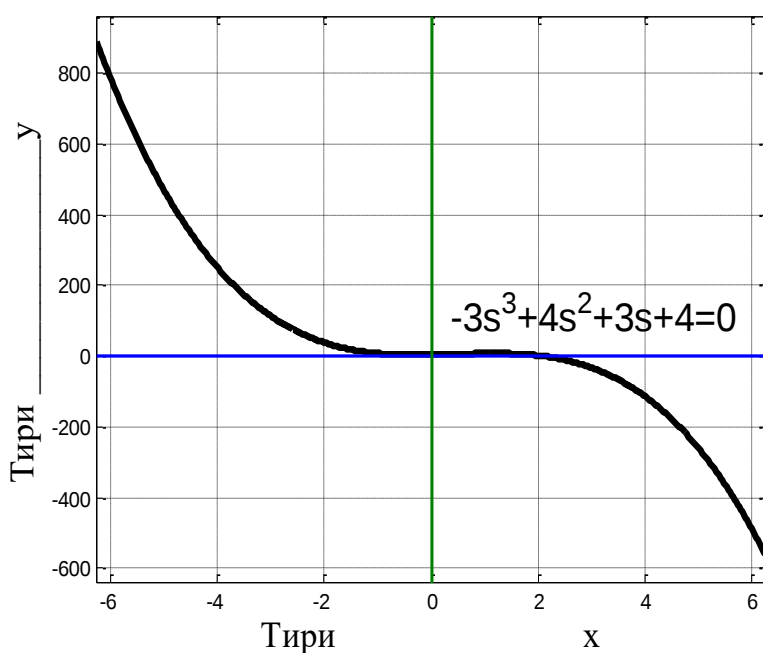
Расми 2. Графики муодилаи характеристикии тартиби сеюми намуди

$$S^3 - 2S^2 + 2S + 3 = 0.$$

Моделҳои математикии компютери мисоли намунавии №3 - и додашударо бо намуни алгоритми зерин пешниҳод менамоем, ки дар расми 3 оварда шудааст:

```
f1=ezplot(' -3*s^3+4*s^2+3*s+4 '); set(f1,'color','k'); set(f1,'LineWidth',3.11);
grid on; hold on;
line([-6.3,0;6.3,0],[0,-650;0,960],'LineWidth',1.61); hold on
gtext(' -3s^3+4s^2+3s+4=0 ', 'fontsize',18, 'color','k');
xlabel('Тири _____x','fontsize',16,'FontName','Times New Roman',
'Color','k');
ylabel('Тири _____y','fontsize',16,'FontName','Times New Roman',
'Color','k');
```

Натиҷаи коркарди алгоритми муодилаи муоинашуда дар чунин шакл тасвир ёфтааст



Расми 3. Графики муодилаи характеристикии тартиби сеюми намуди

$$-3S^3 + 4S^2 + 3S + 4 = 0.$$

Адабиёт

1. *жӯразода Х.Ш.* Моделсозӣ (китоби дарсӣ) Душанбе 2025.- 191с.
2. *Восидов Ш.Ю., Нугмонов М., жӯраев Х.Ш.* Амсиласозии математикии масъалаҳои геометрии барои донишҷӯёни муассисаҳои таҳсилоти олии [Матн] / Ш.Ю. Восидов, М. Нугмонов, Х.Ш. жӯраев / Маводи конференсияи ҷумҳуриявӣ дар мавзӯи «Масъалаҳои мубрами илму маориф дар шароити ҷаҳонишавӣ» бахшида ба 75-солагии Донишгоҳи давлатии Кӯлоб ба номи Абӯабдуллоҳи Рӯдакӣ ва 30-солагии Истиқлолияти Ҷумҳурии Тоҷикистон (Қисми 1). - 2020. – С. 71-74.
3. *жӯраев Х.Ш.* Физикаи муҳитҳои конденсӣ (Дастурӣ таълимӣ). – Душанбе: - 2023. – 112с.
4. *Раскин Л.Г.* Математическое программирование. -Харьков: ХГПУ,2000. - 68 с
5. *Сыпчук П.П., Талалай А.М.* Методы статистического анализа при управлении качеством продукции изготовления элементов РЭА. - М.: Сов. радио, 1979

САНЧИШИ МОДЕЛИ МАТЕМАТИКӢ ВА КОМПЮТЕРИИ КРИТЕРИЯИ АЛГЕБРАВИИ УСТУВОРИЯТИ ГУРВИТС БО МУОДИЛАИ ХАРАКТЕРИСТИКИИ ТАРТИБИ СЕЮМ ДАР МУҲИТИ MATLAB

Фишурда. Дар мақолаи додашуда санчиши модели математикӣ ва компютерии критерияи алгебравии устуворияти Гурвитс бо муодилаи характеристикии тартиби сеюм дар муҳити matlab ҳамчун усули таҳқиқот дар ҳалли масъалаҳои таълимии математикӣ дар муассисаҳои таҳсилоти олии дар мисоли усулҳои эҷодии илмӣ, техникӣ ва барномасозӣ муоина шудааст. Санчиши модели математикӣ ва компютерие, ки доир ба критерияи алгебравии устуворияти Гурвитс бо муодилаи характеристикии тартиби сеюме, ки натиҷагии онҳо ҳам ба таври ададӣ ва ҳам ба таври графикӣ оварда шудаанд, дар муҳити MATLAB амалӣ гардидааст.

Калидвожаҳо: санчиш, устуворият, критерия, объект, раванд, модел, компютер.

Аннотация. В данной статье рассматривается проверка математической и компьютерной модели алгебраического критерия устойчивости Гурвица для

характеристического уравнения третьего порядка в среде MATLAB как метода исследования при решении задач математического образования в учреждениях высшего образования на примере применения научно-технических и программных методов.

Проверка математической и компьютерной модели, связанной с алгебраическим критерием устойчивости Гурвица для характеристического уравнения третьего порядка, была реализована в среде MATLAB, при этом полученные результаты представлены как в численном, так и в графическом виде.

Ключевые слова: тест, устойчивость, критерий, объект, процесс, модель, компьютер.

VERIFICATION OF A MATHEMATICAL AND COMPUTER MODEL OF THE ALGEBRAIC HURWITZ STABILITY CRITERION WITH A THIRD-ORDER CHARACTERISTIC EQUATION IN MATLAB

Annotation. This article examines the verification of a mathematical and computer model of the Hurwitz algebraic stability criterion with a third-order characteristic equation in matlab as a research method for solving problems of mathematical talent in higher education institutions using the example of creative scientific and technical methods and programming methods. A test of a mathematical and computer model based on the algebraic Hurwitz stability criterion with third-order characteristic equations, the results of which are presented both numerically and graphically in MATLAB.

Keywords: test, stability, criterion, object, process, model, computer.

Маълумот оиди муаллифон:

Восидов Шамсиддин Юсуфович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, номзоди илмҳои педагогӣ, муаллими калони кафедраи “Мошинҳои ҳисоббарор, системаҳо ва шабакаҳо”. **Суроға:** Ҷумҳурии Тоҷикистон, 734025, шаҳри Душанбе, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** +992 917232918. **Почтаи электронӣ:** shamsiddinnnn@mail.ru.

Шарофиддин Юсуфӣ – Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав, ассистенти кафедраи “Методикаи таълими математика (МТМ)”. **Суроға:** 735140, Ҷумҳурии Тоҷикистон, Бохтар, хиёбони Айнӣ, 67. **Телефон:** +992 919127413. **Почтаи электронӣ:** sharofiddinnnn@mail.ru.

Умаров Анварҷон Нуралиевич – Донишгоҳи давлатии Данғара, номзоди илмҳои техникӣ, дотсенти кафедраи информатика ва телекоммуникатсия **Суроға:** 735320, Ҷумҳурии Тоҷикистон, н. Данғара, кӯчаи Марказӣ, 25. **Телефон:** (+992)887777716. **E-mail:** anvarr1994@gmail.com.

Сведения об авторах:

Восидов Шамсиддин Юсуфович – Таджикский национальный университет, кандидат педагогических наук, старший преподаватель кафедры “Вычислительные машины, системы и сети”. **Адрес:** Республика Таджикистан, 734025, город Душанбе, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** +992 917232918. **E-mail:** shamsiddinnnn@mail.ru

Шарофиддин Юсуфи – Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава, ассистент кафедры методики преподавания математики (МПМ). **Адрес:** 735140,

Республика Таджикистан, г. Бохтар, пр. Айнӣ, 67. **Телефон:** +992 919127413. **E-mail:** sharofiddinnnn@mail.ru.

Умаров Анвардҷон Нуралиевич – к.т.н., заведующий кафедрой компьютерных систем и защиты информации Дангаринского государственного университета. **Адрес:** Республика Таджикистан, р. Дангара, улица Маркази, 25. **Тел:** (+992)887777716; **E-mail:** anvarrr1994@gmail.com.

Information about the authors:

Vosidov Shamsiddin Yusufovich – Tajik National University, Candidate of Pedagogical Sciences, Senior Lecturer at the Department of Computing Machines, Systems and Networks. **Address:** 17 Rudaki Avenue, Dushanbe, 734025, Republic of Tajikistan. **Phone:** +992 917232918. **Email:** shamsiddinnnn@mail.ru.

Sharofiddin Yusufi – Bokhtar State University named after Nosiri Khusrav, assistant of the department of methods of teaching mathematics (MPM). **Address:** 735140, Republic of Tajikistan, Bokhtar, prospect. Aini67. **Phone:** +992 919127413. **E-mail:** sharofiddinnnn@mail.ru.

Umarov Anvarjon Nuralievich – Candidate of Technical sciences, Head of the Department of Computer Systems and Information Security, Dangara State University. **Address:** 735320, Republic of Tajikistan, Dangara, Markazi Street, 25. **Phone:** (+992) 887777716; **E-mail:** anvarrr1994@gmail.com.

Муқарриз: Каримов А.Ғ. – н.и.ф.-м.,
дотсенти кафедраи математикаи олии
ДДД

Мақола ба редакция ворид шуд: 18.10.2025

Аз тақриз баргашт: 15.11.2025

Ба чоп тавсия шуд: 22.11.2025

К ВОПРОСУ О ВРЕМЕННОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПРОЧНОСТИ ЭЛАСТОМЕРОВ

Хабибуллоев Х.

Худжандский научный центр Национальной Академии наук
Таджикистана

Одним из наиболее активно разрабатываемых научных направлений среди широкого спектра проблем фундаментального и прикладного характера, является физика разрушения для полимерных материалов, в том числе эластомеров. Систематическое исследование зависимости механической прочности различных материалов от времени нахождения под нагрузкой позволили С.Н. Журкову выдвинуть кинетическую концепцию прочности твердых тел и термофлуктуационный механизм разрушения [1, с.171] основанный на кинетической теории жидкостей С. Я. Френкеля [2, с.53]. Саидовым Д. показано [3, с.19] что разрушение эластомеров в области ниже температуры стеклования, также описывается соотношением С.Н. Журкова [1, с.175] Анализ работ до 2024г. [4, с.65; 5, с.93] показал, что кинетика разрушения эластомеров в области температур выше T_g с позиций кинетической концепции прочности не исследована. Одним из сложных задач при решении этой проблемы является разделение вклада распада межмолекулярных и химических связей в общем процессе разрушения для материалов в высокоэластическом состоянии [6, с.68]. Нами [7, с.370] методом предварительного растяжения решена задача сведения к минимуму влияния актов молекулярных перегруппировок на кинетику процесса разрушения эластомеров СКИ-3, СВД и НК, в области температур высокоэластичности, при неизменности состава эластомера, показано, что для предварительно растянутых эластомеров (СКИ-3, СВД и НК) зависимость логарифма долговечности от величины внешней нагрузки при постоянной температуре имеет линейный вид, предположено, что в процессе разрушения предварительно растянутых эластомеров, в области температур высокоэластичности, распад химических связей может играть преобладающую роль. В работах [8, с.74; 9, с.136; 10, с.673] методами ИК спектроскопии и рентгеноструктурного анализа выявлен набор времен релаксации для вулканизата СКИ-3 в нелинейной области.

В контексте исследований, проведенных ранее нами [7, с. 370; 8, с. 74; 9, с. 136; 10, с. 673], в настоящей работе можно попытаться внести определенный вклад в решении этой сложной проблемы, а именно с точки зрения выявления роли процессов

релаксации в кинетике механического разрушения полимеров в высокоэластическом состоянии, актуальность которой отмечено в [6, с.68]. Из данных, полученными нами [8, с.74; 9, с.136; 10, с.673] следует, что релаксационные процессы слабо влияют на структурирование образца, если они растянуты со скоростью $v=1,7$ мм/сек. В связи с этим была изучена временная зависимость прочности образцов из СКИ-3 при $T=293$ К. Скорость нагружения равнялась 1,7 мм/сек.

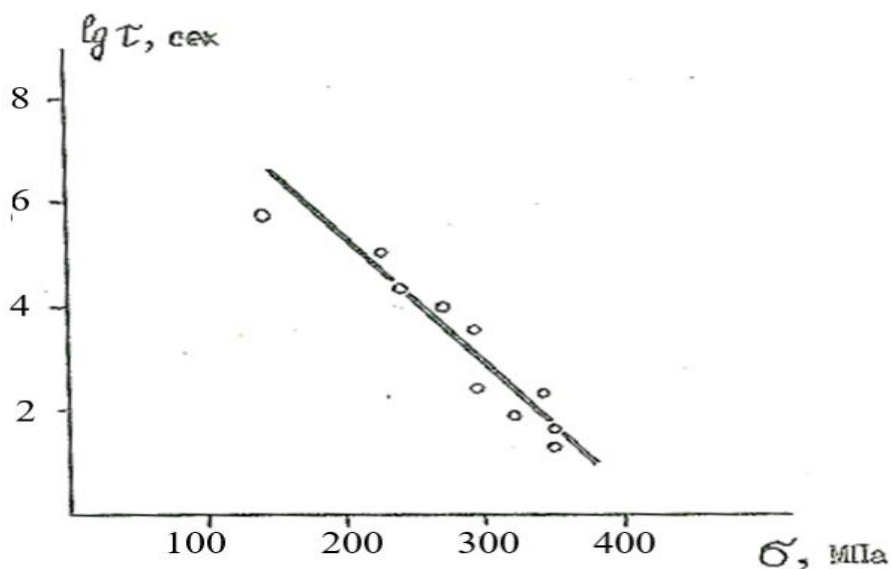


Рисунок 1. Долговечность СКИ-3, нагруженных со скоростью $v=1,7$ мм/сек при $T=293$ К.

На рис. 1 приведен график логарифмической зависимости времени до разрушения ($\lg \tau$) от величины приложенной нагрузки (σ) для образцов СКИ-3.

Видно, что рассматриваемая зависимость $\lg \tau = f(\sigma)$ для СКИ-3 в интервале времен долговечности $0 < \tau < 10^6$ сек имеет прямолинейный вид и ее можно аппроксимировать уравнением Журкова [1, с.171]:

$$\tau = A e^{-a\sigma} \quad (1)$$

Как известно, такая зависимость характерна для полимеров [1, с. 175] и для эластомеров ниже температуры стеклования [3, с. 19]. В то же время для цисполиизопренов в области температур 174-313К зависимость $\lg \tau = f(\sigma)$ нелинейно [6, с. 68; 11, с. 201] и описывается уравнением Г.М. Бартенева [11, с. 201]:

$$\tau = B \cdot \sigma^{-n} \quad (2)$$

где B, n – постоянные параметры, зависящие от исследуемого материала.

Учитывая вышеуказанные факты можно сделать заключение, что, нагружая СКИ-3 с постоянной скоростью $v=1,7$ мм/сек (отметим без предварительного ориентирования) в области температур высокоэластичности (293К) можно наблюдать явление перехода вида зависимости $\lg \tau = f(\sigma)$ от уравнения Бартенева (2) к уравнению (1).

Однако, следует отметить, что для эластомеров в отличие от полимеров, только на основании прямолинейности зависимости $\lg \tau = f(\sigma)$ нельзя сделать заключение об

отсутствии влияния актов перегруппировки в процессе разрушения. Существует ряд способов решения данного вопроса с применением прямых физических методов исследования. Один из наиболее простых и информативных способов является определение значения параметров, входящих в обобщенное уравнение Журкова [1, с.191], т.е. U_0 , γ_0 , τ_0 .

Для определения значений U_0 и γ нами были использованы соотношения:

$$A = \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{U_0}{RT}\right) \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{RT} \quad (4)$$

где A , α – параметры уравнения [1, с.171], определяемые из графика зависимости $\lg \tau = f(\sigma)$ (рис.1). Сначала путем экстраполяции зависимости $\lg \tau$ от σ до значения $\sigma=0$ (точка пересечения по оси ОУ) определяли значения A , затем по тангенсу угла наклона:

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\Delta \lg \tau}{\Delta \sigma} \quad (5)$$

определяли значения α . Далее, учитывая значение $\tau_0 = 10^{-13}$ сек. [1, с.175] вычислили энергии активации U_0 процесса разрушения СКИ-3 при постоянной скорости нагружения:

$$U_0 = 4,6 \cdot T \cdot (\lg A + 13) \quad (6)$$

Оказалось, что численное значение энергии активации равно 129 кДж/моль, что очень близко к значению энергии активации термо разложения С-С связи в главной цепи макромолекул полиизопрена [7, с.370].

Выводы

1. Исследовано временная зависимость прочности вулканизата эластомера СКИ-3 при $T=293\text{K}$.
2. Экспериментально установлено, что основным фактором, определяющим нелинейность функции $(\tau) = f(\sigma)$ в области температур высокоэластичности являются релаксационные процессы.
3. Показано, что при нагружении образцов СКИ-3 со скоростью $v_p = 1,7$ мм/сек, в условиях, когда время нагружения (t_n) меньше минимальной времени релаксации (τ_{pm}) т.е. ($t_n \leq \tau_{pm}$), зависимость долговечности (τ) от внешнего напряжения (σ) при $T=293\text{K}$ описывается уравнением Журкова и начальная энергия активации процесса механического разрушения равно $U_0=129$ кДж/моль.
4. Предположено, что распад химических связей в процессе разрушения и для предварительно нерастянутых образцов вулканизатов СКИ-3 в области температур высокоэластичности является превалирующим.

Литература

1. *Журков С.Н.* Кинетическая концепция прочности твердых тел (термофлуктуационный механизм разрушения). - Изв. АН СССР, неорганич. материалы, 1967, т.3, вып.10, с.1767-1776.
2. *Френкель Я.И.* Кинетическая теория жидкостей. - Л.: Наука, 1975. – 592с.
3. *Саидов Д.* Изучение кинетики разрушения некоторых полимеров. – Автореф. дисс. канд. физ-мат. наук. - Душанбе, 1972. – 21с.
4. *Туйчиев Ш., Хусейнов О., Гинзбург Б.М., Туйчиев Л., Акназарова Ш., Рашидов Д., Табаров С.Х., Махмудов И.* Влияние фуллерена C₆₀ на деформационные и термические поведение элементов структуры эластомера СКИ-3. – Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2015. т. 14. №168, с.63-68.
5. *Youwei M., Chunmiao X., Yu R., Jiangang G., Yixin X., Shengyu Sh.* Sustainable, recyclable and biodegradable castor oil-derived elastomers enabled by dynamic acetoacetyl formed amides. - Chemical Engineering Journal, 2024. v. 491. Pp. 81-98.
6. *Бартенев Р.М., Зеленов Ю.В.* Курс физики полимеров. М.: Химия. 1976. - 288 с.
7. *Хабибуллоев Х.* Исследование роли распада химических связей эластомеров в механически напряженном состоянии. – Доклады национальной академии наук Таджикистана. 2025 т. 68. №4. с.366-371.
8. *Хабибуллоев Х.* Исследование молекулярных процессов ползучести в нелинейной области предварительно ориентированного полиизопрена методом ИК спектроскопии. - Вести Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2025 №2 с. 176-192.
9. *Хабибуллоев Х.* Исследование влияния скорости растяжения на кинетику параметров структурообразования вулканизата полиизопрена методом ИК спектроскопии в режиме релаксации напряжения в нелинейной области. - Вести Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2025. №3. с. 138-155.
10. *Хабибуллоев Х.* Влияние скорости растяжения на кинетику параметров надмолекулярной структуры полиизопрена в режиме релаксации напряжении. Доклады национальной академии наук Таджикистана. 2025 т. 68. №7. с. 675 - 681
11. *Бартенев Г.М., Зуев Ю.С.* Прочность и разрушение высокоэластичных материалов, - М. – Л.: Химия, 1964. – 387с.

ДАР МАСЪАЛАИ ВОБАСТАГИИ МУСТАҲКАМИИ ЭЛАСТОМЕРҲО АЗ ВАҚТ

Фишурда. Мақсади кори мазкур аз таҳқиқи таъсири равандҳои релаксатсионӣ ба кинетикаи вайроншавии полимерҳо дар ҳолати зиёдэластикӣ буд. Намунаҳои таҳқиқшаванда аз вулканизатҳои полиизпрени СКИ 3 иборат буданд. Таҷрибаҳо дар дараҷаи ҳарорати 293К гузаронида шуданд. Таъсири равандҳои релаксатсионӣ ба кинетикаи вайроншавии вулканизати полиизорен СКИ - 3 таҳқиқ шуд. Дар таҷриба муайян шуд, ки сабаби асоси ғайри хаттӣ будани вобастагии $(\tau) = f(\sigma)$ дар ҳудуди дараҷаи ҳарорати зиёдэластикӣ равандҳои релаксатсионӣ мебошанд. Ҳангоми боргузори намунаҳои СКИ - 3 бо тезии $v_p = 1,7$ мм/сек, дар шароити хурд будани вақти боргузорӣ (t_n) аз вақти хурдтарин (τ_{pm}), яъне ($t_n \leq \tau_{pm}$), вобастагии $(\tau) = f(\sigma)$ бо муодилаи Журков тавсиф мешавад ва қимати энергияи аввали ангеизиши раванди вайроншавӣ U_0 ба 129 кДж/моль баробар аст. Тахмин шудааст, ки кандашавии алоқаҳои кимиёвӣ дар раванди вайроншавии вулканизатҳои полиизопрен, дар ҳудуди дараҷаи ҳарорати зиёдэластикӣ, бартарӣ доранд.

Калидвожаҳо: вулканизат, эластомер, зиёдэластикӣ, релаксация, дарозмуддатӣ, пайвандҳо.

К ВОПРОСУ О ВРЕМЕННОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПРОЧНОСТИ ЭЛАСТОМЕРОВ

Аннотация. Целью настоящей работы являлось исследование роли релаксационных процессов в кинетике механического разрушения полимеров в высокоэластическом состоянии. Объектами исследования являлись образцы серных не наполненных вулканизатов цис-1,4- полиизопрена. Опыты проводили при температуре 293К. Исследовано временная зависимость прочности вулканизата СКИ-3 при $T=293K$. Экспериментально установлено, что основным фактором, определяющим нелинейность функции $(\tau) = f(\sigma)$ в области температур высокоэластичности являются релаксационные процессы. Показано, что при нагружении образцов СКИ-3 со скоростью $v_p = 1,7$ мм/сек, в условиях, когда время нагружения (t_n) меньше минимальной времени релаксации (τ_{pm}) т.е. ($t_n \leq \tau_{pm}$), зависимость долговечности (τ) от внешнего напряжения (σ) при $T=293K$ описывается уравнением Журкова и начальная энергия активации процесса механического разрушения равно $U_0=129$ кДж/моль. Предположено, что распад химических связей в процессе разрушения и для предварительно не растянутых вулканизатов СКИ-3 в области температур высокоэластичности является преобладающим.

Ключевые слова: вулканизат, эластомер, высокоэластичность, релаксация, долговечность, связь.

ON THE TIME DEPENDENCE OF ELASTOMER STRENGTH

Annotation. The aim of this study was to investigate the role of relaxation processes in the kinetics of mechanical failure of polymers in the highly elastic state. The objects of study were samples of sulfur-containing unfilled vulcanizates of cis-1,4-polyisoprene. Experiments were conducted at a temperature of 293 K. The time dependence of the strength of the SKI-3 vulcanizate at $T = 293$ K was studied. It was experimentally established that relaxation processes are the main factor determining the nonlinearity of the function $(\tau) = f(\sigma)$ in the temperature range of highly elastic temperatures. It was shown that when loading SKI-3 samples at a rate of $v_p = 1.7$ mm/sec, under conditions where the loading time (t_H) is less than the minimum relaxation time (τ_{PM}), i.e. ($t_H \leq \tau_{PM}$), the dependence of durability (τ) on external stress (σ) at $T=293$ K is described by the Zhurkov equation, and the initial activation energy of the mechanical destruction process is $U_0=129$ kJ/mol. It is assumed that the disintegration of chemical bonds during the destruction process and for pre-stretched SKI-3 vulcanizates in the high-elasticity temperature range is predominant.

Key words: vulcanizate, elastomer, high-elasticity, relaxation, durability, bond.

Маълумот дар бораи муаллиф:

Ҳабибуллоев Ҳамидулло – Маркази илмӣи Хучанди Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон, номзоди илмҳои физика ва математика, ходими калони илмӣ. **Суроға:** 735714, минтақаи саноатии шимолу шарқӣ, ш. Хучанд, Тоҷикистон. **Тел.:** (+992)901-00-27-55. **E-mail:** hamidullo1950@gmail.com.

Сведения об авторе:

Хабидуллоев Ҳамидулло – Ходжендский научный центр Национальной академии наук Таджикистана, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник. **Адрес:** 735714, северо-восточная промзона, г. Худжанд, Таджикистан. **Тел.:** (+992) 901-00-27-55. **E-mail:** hamidullo1950@gmail.com.

Information about the author:

Khabibullov Khamidullo – Khujand Scientific Center of the Tajik national academy of sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, senior researcher. **Address:** 735714, severo-vostochnaya promzona, Khujand, Tajikistan. **Тел.:** (+992)901-00-27-55. **E-mail:** hamidullo1950@gmail.com.

Муқарриз:Олимй А.Р. – д.и.п, дотсенти кафедраи физика ва географияи ДДД

Мақола ба редакция ворид шуд: 17.10.2025

Аз тақриз баргашт: 15.11.2025

Ба чоп тавсия шуд: 22.11.2025

УДК: 53:004.942:371.3

**ТАҲҚИҚОТИ ҲОДИСАҲОИ ФИЗИКӢ ТАРИҚИ МОДЕЛРОНИИ
КОМПЮТЕРӢ ҲАМЧУН ВОСИТАӢ ҲАЛЛИ МУШКИЛОТИ ЗАМОНИ
МУОСИР**

Нурализода А. Ғ., *Олимӣ А.Р., *Алимзода Н. О.

**Маркази технологияи информатсионӣ ва коммуникатсияи вилояти
Хатлон**

***Донишгоҳи давлатии Данғара**

Қорӣ намудани технологияи компютерӣ дар раванди омӯзиши қонунҳо ва таҳқиқотҳои физикӣ нақши калидӣ мебозад, чунки моделсозии компютериҳои ҳодисаҳои физикӣ имкониятҳои васеъро барои тасаввур кардани равандҳои мураккаб, гузаронидани таҷрибаҳои виртуалӣ ва омӯзиши амиқтари қонунҳои физикӣ фароҳам меорад ва аз ин лиҳоз, омӯзиши фанни физика имкон медиҳад, ки бо бисёр ҳодисаҳои табиат шиносӣ пайдо намоем. Аз тарафи дигар аз худ кардани қонунҳои физика имкон медиҳад, ки технологияҳои навиноиро ихтиро намоем, чунки истифодаи омӯзиши масъалавӣ, усулҳои моделсозии компютерӣ ва таҷҳизоти видеоӣ сифати азхудкунии қонунҳои физикаро беҳтару хубтар менамояд [1, с.14-25].

Истифодаи моделҳои компютерӣ барои тасвири равандҳо ва ҳодисаҳои гуногуни физикӣ дар низомии азхудкунии қонунҳои физикӣ аҳамияти бештар пайдо мекунад. Чунин равиш самаранокии тадқиқотҳои физикиро беҳтар мекунад ва ба таҳқиқотчиён имкон медиҳад, ки механизмҳои ҳодисаҳои физикиро амиқтар дарк кунанд. Аз ҷумла, моделҳои компютерӣ барои тасаввур кардани равандҳое, ки ба ҷашми оддӣ ноаёнанд, ё татбиқи онҳо дар ҳаёти воқеӣ амалан ғайриимкон аст, махсусан заруранд.

Масъалаи истифодаи самаранокии моделҳои компютерӣ дар раванди омӯзиши ҳодисаҳои таҳқиқотӣ аз ҷониби як қатор олимони ҷаҳон омӯхта мешавад. Дар байни онҳо Ҷуразода Х.Ш., профессори кафедраи кафедраи мошинҳои ҳисоббарор системаҳо ва шабакаҳои Донишгоҳи миллии Тоҷикистон; Умаров Анвар Нуралиевич, номзоди илмҳои физика ва математикаи кафедраи мошинҳои ҳисоббарори Донишгоҳи давлатии Данғара ва дигарон мебошанд.

Мақсади омӯзиш тадқиқотҳои физикӣ тавассути истифодаи моделҳои компютерӣ дар дарсҳои физика мебошад.

Таҳқиқоти мазкур барои асоснок кардани интиҳоби моделҳои компютерӣ барои дарсҳои физика мебошад. Муайян кардан зарур аст, ки кадом ҳодисаҳои физикӣ бо моделҳои компютерӣ самараноктар тасвир карда мешаванд ва бо ин васила ба беҳтар шудани дарсҳои физика мусоидат мекунанд. Фарзияи ин

тадқиқот аз он иборат аст, ки истифодаи моделҳои компютерӣ дар таълими физика омӯзиши донишҷӯёнро беҳтар мекунад.

Мақсади таҳқиқот омӯзиши самтҳои зерини истифодаи моделҳои компютерӣ дар омӯзиши қонунҳо ва ҳодисаҳои физикӣ мебошад, ки ин самтҳо чунинанд:

1. Таҳлили адабиёт: Гузаронидани баррасии манбаъҳои илмӣ оид ба истифодаи моделҳои компютерӣ дар таълими физика.

2. Муайян кардани ҳадафҳо: Муайян кардани ҳадафҳои асосии моделҳои компютерӣ дар омӯзиши қонунҳо ва таҳқиқотҳои физикӣ.

3. Муайян кардани бартариятҳо: Муайян кардани бартариҳои истифодаи моделҳои компютерӣ дар омӯзиши қонунҳои физикӣ.

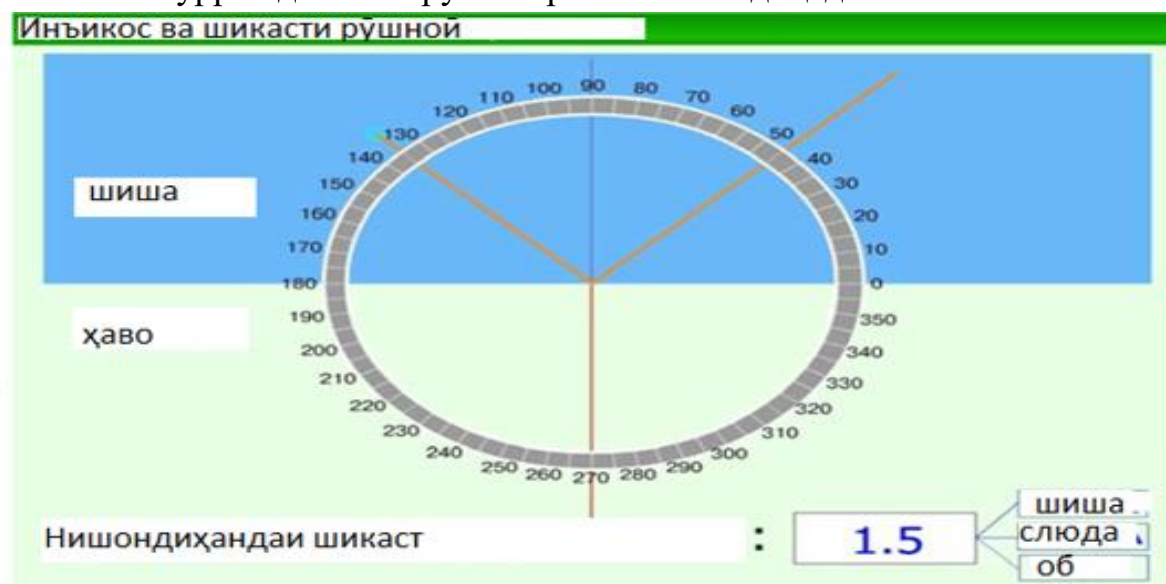
4. Арзёбии аҳамият: Арзёбии нақш ва аҳамияти моделҳои компютерӣ дар омӯзиши қонунҳо ва равандҳои физикӣ.

5. Гузаронидани таҷриба: Ташкил ва гузаронидани тадқиқоти таҷрибавӣ, ки ба арзёбии самаранокии истифодаи моделҳои компютерӣ нигаронида шудааст.

Моделҳои компютерӣ маъмултарин намуди барномаҳои компютерӣ мебошанд, ки тавассути онҳо ҳодисаҳои физикиро таҳқиқ менамоянд. Пайдоиши компютерҳои шахсӣ 25 сол пеш давраи нави истифодаи компютерро дар маориф оғоз кард. Аз он вақт инҷониб, моделҳои сершумори компютерӣ сохта шудаанд, ки доираи васеи ҳодисаҳо ва ашёро фаро мегиранд. Ин моделҳо аз ҷониби гурӯҳҳои касбии барномасозон, таҳия карда мешаванд [4, с. 45-86].

Ҳамчун мисол, моделҳои компютери зеринро баррасӣ мекунем.

Дар расми 1 модели нишон дода шудааст, ки ҳодисаи шикастан ва инъикоси пурраи дохилии рӯшноӣ



Расми 1. Модели компютери ҳодисаи шикастан ва инъикоси пурраи дохилии рӯшноӣ

Ин модел рафтори шуоъи рӯшноиро ҳангоми гузаштан аз сарҳади байни ду муҳит бо нишондиҳандаҳои гуногуни шикастан тавсиф мекунад. Ҳамчун мисол, шикастани рӯшноӣ аз муҳит бо нишондиҳандаи шикастани $n = 1$ (масалан, ҳаво) ба муҳит бо нишондиҳандаи шикастани $n = 1.5$ (масалан, шиша) баррасӣ мешавад [2, с.28-35].



Расми 2. Модели компютериҳои ҳаракати сайёраҳо дар атрофи офтобро нишон медиҳад.

Моделсозии ҳаракати сайёраҳо ва атом

Тасаввур кунед, ки муаллим сохтори системаи офтобро ба донишҷӯён шарҳ медиҳад. Барои фаҳмиши беҳтар, донишҷӯён ба тасвири визуалӣ ниёз доранд. Тасвири динамикӣ, ки тавассути симулятсияи компютерӣ тавлид мешавад, афзалтар аст (нигаред ба расми 2). Бо мушоҳидаи нуқтаи дурахшон, ки дар атрофи объекти марказӣ дар экрани монитор давр мезанад, донишҷӯён дарки ҳаракати сайёраҳо дар атрофи офтоб ташаққул медиҳанд.

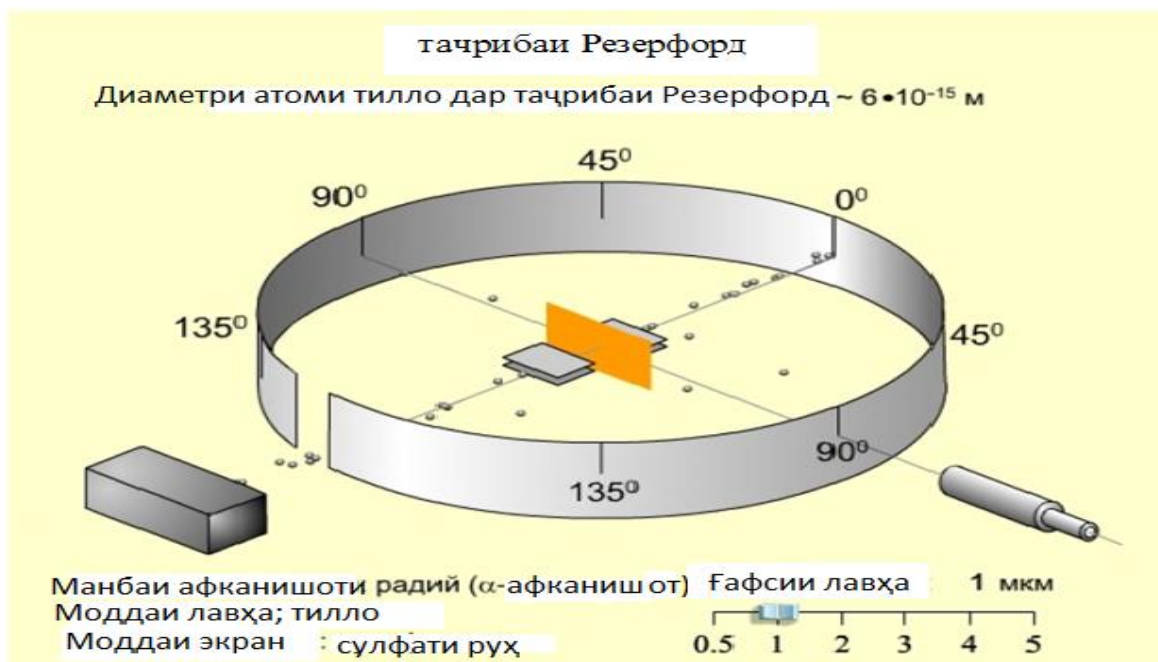
Қайд кардан муҳим аст, ки ин як аниматсияи оддӣ нест: ҳаракати сайёра мувофиқи қонунҳои ҳаракат ҳисоб карда мешавад. Муаллим қайд мекунад, ки суръати сайёра ҳангоми наздик шудан ба офтоб меафзояд ва ҳангоми дур шудан аз он кам мешавад.

Моделҳои компютерӣ мазкур дар асоси моделҳои сеченакаи сайёраҳои системаи офтобӣ ва осмони шабона сохта шудааст. Он се намуди асосиро пешниҳод мекунад: гелиосентрикӣ, геосентрикӣ ва панорамикӣ.

Хусусиятҳои асосии модел:

- * мавқеъҳои дақиқи ҳамаи объектҳои осмонӣ мувофиқи ҳисобҳои NASA.
- * масофаҳо ва андозаҳои тасвирӣ барои фаҳмиши беҳтари сатҳҳои сайёраҳо ва ҳаракатҳои онҳо.
- * хусусияти беназири ҳаракати мадор барои сайёраҳо.
- * танзимои сершумор барои мушоҳидаи ҳаракатҳо ва рӯйдодҳо.
- * ҳисобкунак барои чен кардани масофаи байни сайёраҳо, ҳатто вақте ки онҳо дар ҳаракатанд.

Дар расми 3 модели компютери тачрибаи Резерфорд барои муайян кардани сохтори атом нишон дода шудааст. Ин расм инчунин тачрибаро тавсиф мекунад. Бо истифода аз лағжанда дар поёни экран, шумо метавонед ғарби фолгаро тағир диҳед, ки таносуби зарраҳои дар кунҷҳои калон қатъшударо тағйир медиҳад [2, с175-179].



Расми 3. Модели тачрибаи Эрнест Резерфорд

Модели атоми Резерфорд

Модели аслии атоми Томсон, дар ҳоле ки падидаи партоби нурҳои катодро бомуваффақият шарҳ медод, дар бораи тақсимои заряд дар дохили атом ягон маълумот надод. Барои омӯзиши ин мушкилот, Эрнест Резерфорд як тачрибаи навоваронаро таҳия кард.

Моҳияти тачрибаи Резерфорд:

Моддаҳои радиоактивӣ зарраҳои алфаро хориҷ мекунанд, ки массаи онҳо аз массаи электрон хеле зиёдтар ва аз заряди электрон ду баробар зиёданд. Фарз карда мешуд, ки ҳангоми нурпошӣ бо зарраҳои алфа, электронҳои рӯшноии атом наметавонанд траекторияи зарраҳои алфаро ба таври назаррас тағйир

диҳанд. Зарраҳои алфа танҳо бо роҳи бархӯрд бо қисми мусбати зарядноки атом пароканда мешаванд.

Таҷҳизоти таҷрибавӣ зарферо бо радиӣ (манбаи зарраҳои алфа), фолгаи тунуки металлӣ, ки дар роҳи зарраҳои алфа ҷойгир карда шудааст ва экранеро дар бар мегирифт, ки бо сулфиди рух пӯшонида шудааст ва ҳангоми бархӯрд бо зарраҳои алфа медурахшад (сцинтилятсия мекунад).

Мувофиқи модели Томсон, заряди мусбати атом нобаробар тақсим шудааст. Аз ин рӯ, парокандагии зарраҳои алфа интизор буд. Натиҷаҳои таҷрибавӣ ин фарзиро тасдиқ карданд ва тақсими зарраҳои алфаи пароканда ҷолиб баромаданд: баъзе зарраҳо дар кунҷҳои намоён майл доштанд ва баъзан ҳатто аз арзишҳои ҳисобшуда зиёдтар буданд [2 с.175-178].

Ин нишон дод, ки дар тақсими заряди мусбат дар атом нобаробарии назаррас вуҷуд дорад. Бо тағир додани танзими таҷрибавӣ бо истифода аз экранҳои атрофи фолга, Резерфорд кашф кард, ки шумораи ками зарраҳои алфа (тақрибан 0,05%) дар кунҷҳои хеле калон (зиёда аз 90°) майл доранд, ки баъзеи онҳо ҳатто аз фолга ба самти муқобил «чаҳида» мераванд.

Барои шарҳи ин «чаҳидан», формулае барои баробарии энергияи потенциалии теладиҳии барқӣ ва энергияи кинетикии зарраи алфа истифода шуд. Ҳисобҳо нишон доданд, ки заряди мусбати атом дар минтақаи хеле хурде бо номи ядро ҷамъ шудааст.

Андозаи ядро тақрибан 10^{-14} - 10^{-15} м буд. Аммо, электронҳо дар атрофи ядро дар масофаи назаррас ҳаракат мекунанд, ки боиси эҷоди модели сайёравии атом мегардад [2, с. 198-200].

Ин ба модели сайёравии Резерфорд оварда мерасонад, ки атомро як ядрои азим ва мусбат заряднокшуда мешуморад, ки дар атрофи он электронҳо давр мезананд (Расми 4). Умуман, атом аз ҷиҳати электрикӣ нейтрал (безаряд) аст, яъне заряди он сифр аст. Агар атом аз ҳад зиёд ё норасоии электрон дошта бошад, онро ион меноманд.

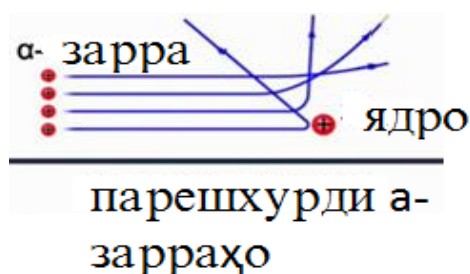


Расми 4. Модели сайёравии атом

Таҷрибаи Резерфорд инчунин ба $\bar{u}$ имкон дод, ки заряди ядроро ҳисоб кунад, ки маълум шуд, ки ба рақами атомии унсур дар чадвали даврӣ баробар аст [2, с.175-178].

Тасаввур кунед, ки дар он мошини боркаш бо мошини бозича бархӯрд мекунад. Албатта, мошин ҳатто мошинро пай намебарад. Мо метавонем инро ҳамчун қиёс ба бархӯрди электрон бо зарраи алфа истифода барем. Аз ин рӯ, ба хулосае омадем, ки атом сохтори дигар дорад, на он тавре ки Томсон иддао карда буд. Ва, зоҳиран, дар дохили атоми тиллоӣ як объекте мавҷуд аст, ки аз зарраи алфа вазнинтар аст, заряди мусбат дорад.

Биёед ба расми дигаре назар андозем, ки парокандагии зарраҳои алфаро дар зарраи бузург тавсиф мекунад, ки ҳузури онро Резерфорд дар атом пешгӯӣ карда буд (Расми 3).



Расми 5. Парокандагии зарраҳои алфа

Натиҷаҳои таҷрибавӣ нишон доданд, ки атом дорои як объекти азим ва мусбат заряднок мебошад. Зарраи алфа, ки бо ин зарраи калон бархӯрд мекунад, метавонад баръакс инъикос ёбад. Зарраҳое, ки аз наздик мегузаранд, дар кунҷҳои гуногун майл мекунанд. Ҳар қадар зарраи алфа аз ин объект дуртар равад, кунҷи майл кардани онҳо ҳамон қадар хурдтар мешавад. Ин падида “парокандагии зарраҳои алфа” номида мешавад.

Барои муайян кардани қавравии кунҷи калони зарраҳои алфа, Резерфорд фолгаро бо экранҳо ихота кард. Муҳаққиқони Резерфорд зарраҳои алфаеро, ки ба дастгоҳи сабт ворид мешаванд, ҳангоми қавравии онҳо аз самти аслии худ бо кунҷи муайяни ϕ (ϕ) ҳисоб карданд. Маълумот аз як қатор таҷрибаҳо дар тӯли муддати муайян дар ҷадвал оварда шудаанд [2, с.205-207]:

Кунҷи қавравии зарраҳои алфа ϕ , °	15	60	105	150	180
Шумораи зарраҳо N	132000	477	70	33	1-3

Аз ин мо метавонем хулоса барорем: чунин рафтори зарраҳои алфа танҳо дар сурате имконпазир аст, ки онҳо бо қисми азими зарядноки мусбат бо андозаи хурд нисбат ба атом ба таври эластикӣ ҳамкорӣ кунанд.

Барои муайян кардани масофаи хурдтарин байни зарраҳои алфа ва ядрои атоми тилло, мо формулаи таъсири мутақобилаи зарраҳои заряднок - қонуни Кулонро истифода мебарем:

$$\vec{F}_{\max} = k \frac{q_{\alpha} \cdot q}{r^2}$$

$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ — коэффитсиенти мутаносибӣ.

Барои муайян кардани қувваи таъсири мутақобилаи байни зарядҳо дар масофаи кӯтоҳтарин, мо қонуни дуҷуми Нютонро менависем, ки вобастагии қувваро аз шитоб муқаррар мекунад, барои ҳаракати қисме, ки дар доира бо шитобёбии марказгурез ҳаракат мекунад:

$$\vec{F} = m a_{\text{ц}} = \frac{m \cdot \vartheta^2}{r}$$

Биёед ифодаҳои қувваи таъсири мутақобилаи байни ду заряди нуқтавино баробар кунем:

$$\frac{m \cdot \vartheta^2}{r} = k \frac{q_{\alpha} \cdot q}{r^2}$$

Аз ин ҷо мо масофаи наздикшавии ду зарядро ифода мекунем, онро ҳамчун радиус аз маркази ядрои тиллоӣ то нуқтаи наздикшавии зарраи α баррасӣ мекунем:

$$r = k \frac{q_{\alpha} \cdot q \cdot r}{m \cdot \vartheta^2 \cdot r} = k \frac{q_{\alpha} \cdot q}{m \cdot \vartheta^2}$$

Биёед арзишҳои рақамиро ба формулаи натиҷавӣ иваз кунем:

$$r = \frac{9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1,3 \cdot 10^{-17} \text{ Кл}}{6,6 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 1,9^2 \cdot 10^{14} \text{ м}^2 / \text{с}^2} = 3,1 \cdot 10^{-14} \text{ м}$$

Ҷавоб:

Массаи зарраи алфа, кг	Заряди зарраи алфа, С	Суръати ҳаракати зарраи α , м/с	Заряди ҳастаи тилло, С	Масофаи наздикшавӣ, м
$6,6 \cdot 10^{-27}$	$3,2 \cdot 10^{-19}$	$1,9 \cdot 10^7$	$1,3 \cdot 10^{-17}$	$3,1 \cdot 10^{-14}$

Электрон хурдтарин зарраи элементарии зарядноки электронегазивӣ аст.

Массаи оромии электрон $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$;

$$\frac{e}{m_e} = 1,759 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$$

- нисбати заряди электрон ба массаи он.

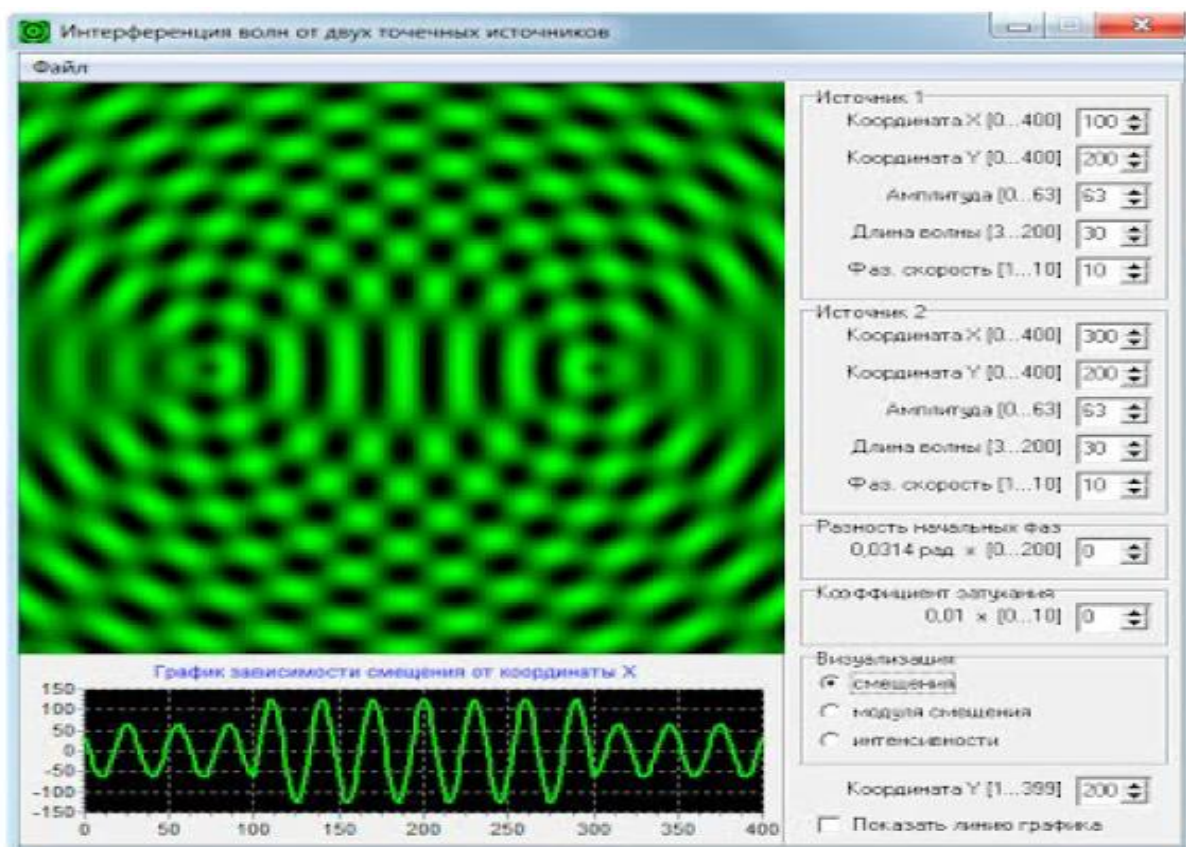
Хулоса, метавон қайд кард, ки модели атомии Резерфорд, ки дар асоси натиҷаҳои таҷрибаи ӯ таҳия шудааст, дар фаҳмиши мо дар бораи сохтори атом саҳми назаррас гузоштааст.

Вақте ки зарраи алфа бо ядро бархӯрд мекунад, тамоми энергияи кинетикии зарра ($\frac{mv^2}{2}$) ба энергияи потенциалӣ табдил меёбад ва боиси қатъ шудани зарра мегардад. Дар ин нуқта, масофа аз зарраи алфа то маркази ядро (b) радиуси максималии имконпазири худ ядро мебошад. Ин аз таҷриба маълум аст: агар радиуси ядроӣ курашакл аз b зиёд бошад, зарра наметавонад танҳо тавассути қувваҳои Кулон ҳамчун заряди нуқтаӣ бо он ҳамкорӣ кунад.

Муқоисаи энергияи кинетикии зарра ба потенциали майдони электрикӣ:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{b}$$

Расми 6 барномаи компютериеро нишон медиҳад, ки барои тақлид кардани интерференсия тарҳрезӣ шудааст.



Расми 6. Модели компютерии мушоҳидаи ҳодисаи интерференсия

Албатта, назарияҳои дигари ҷолиб низ буданд. Имрӯз, назарияи умуман қабулшуда бо баъзе шартҳо, мо баъдтар дар ин бора сӯҳбат хоҳем кард, ки маҳз модели сайёравии атом аст, ки аз ҷониби Эрнест Резерфорд пешниҳод шудааст.

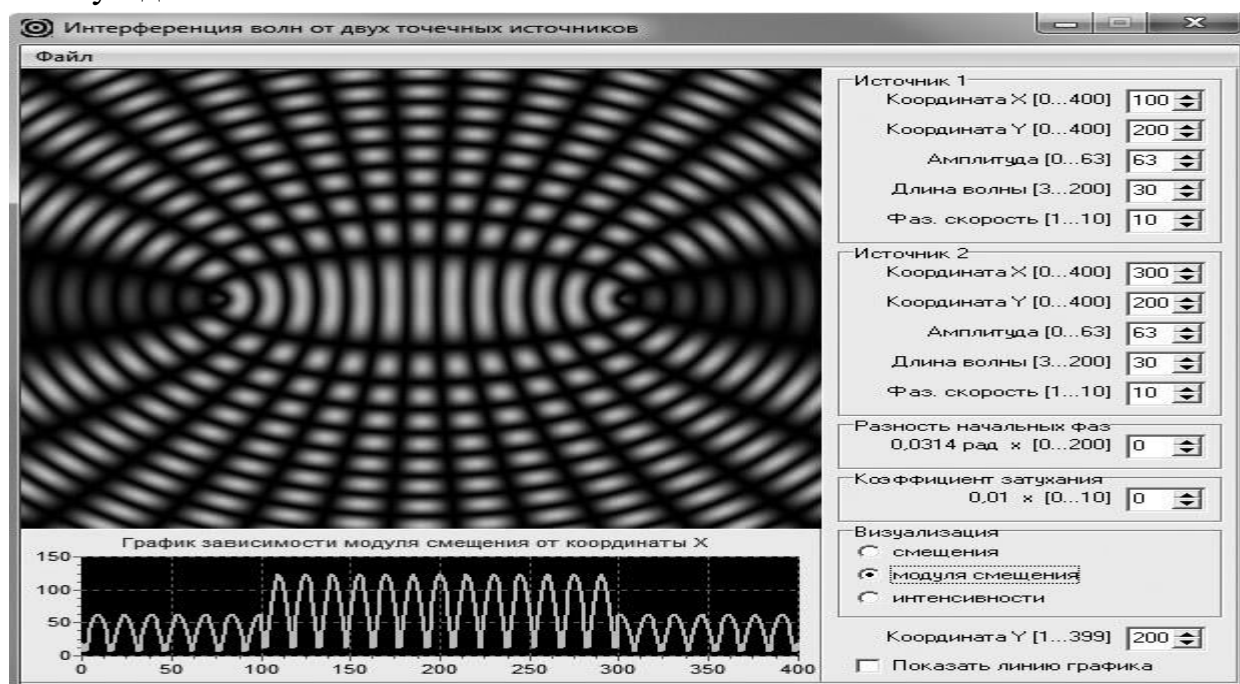
Моделсозии компютерии интерференсияи мавҷҳо

Қайд кардан муҳим аст, ки моделсозии компютерӣ наметавонад таҷрибаҳоро пурра иваз кунад. Аммо, он метавонад ҳамчун иловаи арзишманд хизмат кунад ва ба донишҷӯён имкон диҳад, ки намунаи интерференсияро, ки ҳангоми якҷоя шудани ду мавҷи когерентӣ ба амал меояд, ба таври визуалӣ нишон диҳанд [5, с.78-98].

Барномаи компютерии таҳияшуда интерференсияи мавҷҳоро аз ду манбаи нуқтаӣ тақлид мекунад (нигаред ба расми 6). Истифодабаранда метавонад параметрҳои зеринро тағир диҳад: координатаҳои манбаъ, амплитудаи мавҷ, дарозии мавҷ, суръати фаза ва фарқияти ибтидоии фаза.

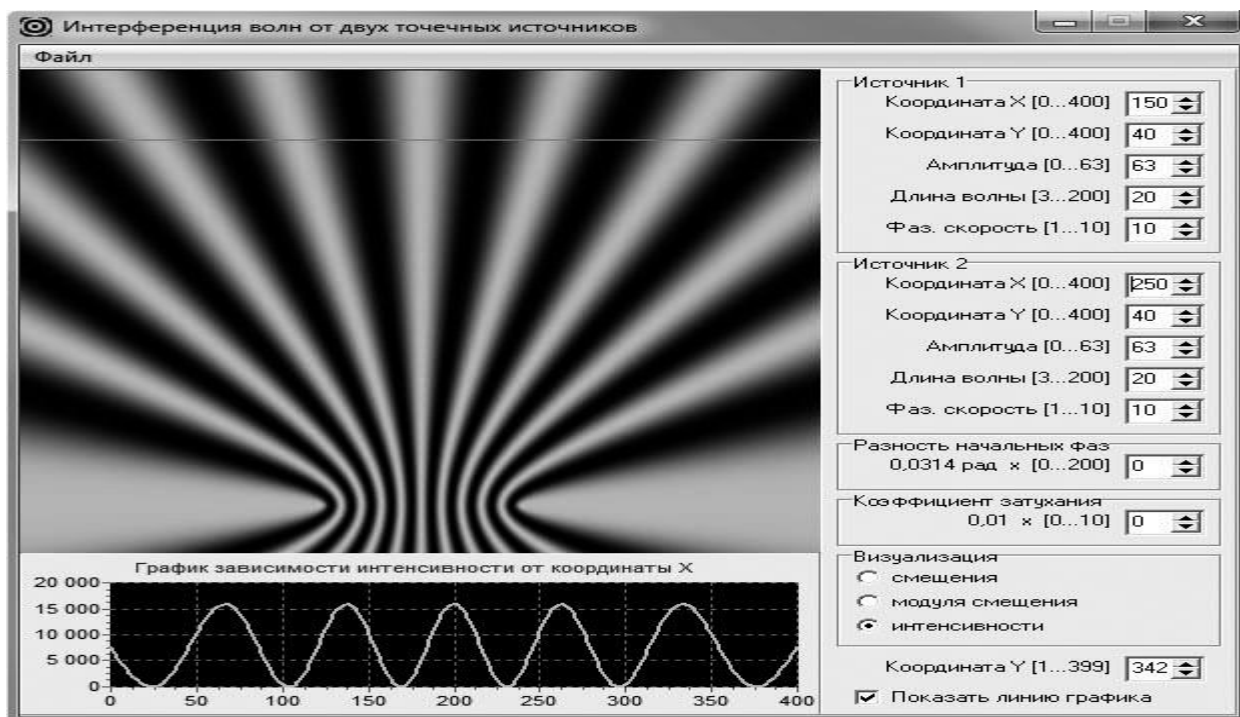
Барнома имкон медиҳад, ки се тақсимои гуногуни микдорҳоро дар як сатҳ мушоҳида кунед: ҷойивазкунӣ, бузургии ҷойивазкунӣ ва шиддати мавҷи ҳосилшуда. Қисми поёнии экран тақсимои ин ҳамон микдорҳоро дар хатти муайянкардаи корбар нишон медиҳад.

Қисми ниҳонии намоиш робитаи байни намунаи интерференсия ва тағирёбии фарқияти фазаи ибтидоии мавҷҳоеро, ки аз манбаъҳо мебароянд, меомӯзад.

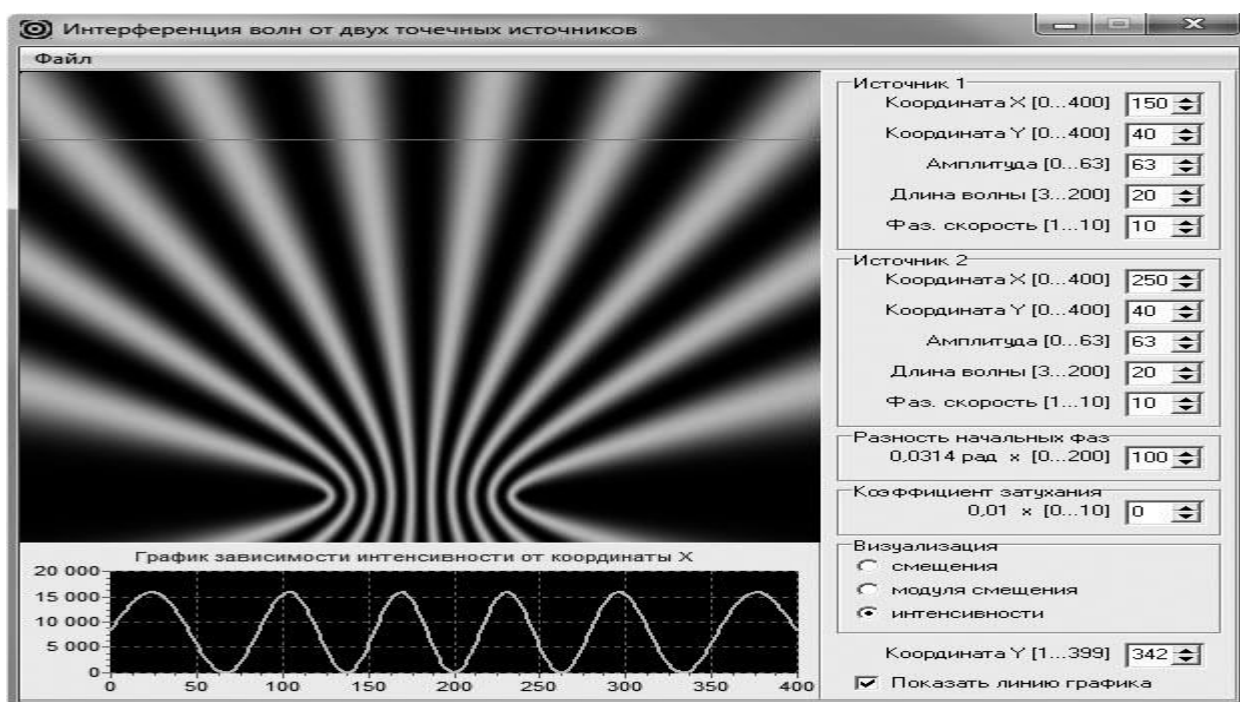


Расми 7. Тақсимои модули ҷойивазкунӣ

Марҳилаи навбатӣ инъикоси майдони математикии модули ҷойивазкунии мавҷи даҳолаткунанда мебошад. Нишон додани тақсимои модули ҷойивазкунӣ (Расми 7) аз сабабҳои дидактикӣ зарур аст.



Расми 8. Тақсимои интенсивият барои фарқияти фазаи 0(сифрӣ)



Расми 9. Тақсимои интенсивият барои фарқияти фазаи π

Тақсимои ибтидоии интенсивият барои фарқияти фазаи сифрӣ нишон дода шудааст (Расми 8). Сипас, тақсимои интенсивият барои фарқияти фазаи π нишон дода шудааст (Расми 9). Дар ҳолати аввал, ҳадди аксар интенсивият дар маркази тасвир мушоҳида мешавад, дар ҳолати дуюм ҳадди ақали интенсивият

мушоҳида мешавад ва нишон медиҳад, ки хусусияти тасвири интерференсия аз фарқияти фазаи ибтидоии мавҷҳо вобаста аст.

Накши омӯзгор ҳангоми намоиш ин эҷоди майдони мавҷи таҳти омӯзиш бо хусусиятҳои муайяншуда ва дуруст ҷойгир кардани хати нусхабардорӣ барои ба даст овардани графики хусусиятҳои мавҷ нисбат ба координатаҳо мебошад. Онҳо якҷоя бо донишҷӯён намунаҳои тақсимои ҳосилшударо таҳлил мекунанд. Ба шарофати пайдоиши ғаврии тақсимои дар экран, омӯзиши майдони мавҷ бо иштироки ғаврии донишҷӯён динамикӣ мебошад.

Дар ҳулоса, бояд қайд кард, ки ин силсила намоишҳои виртуалӣ метавонанд бомуваффақият ба барномаи таълимии мактаб ворид карда шаванд. Барои ин, омӯзгорон бояд дарки амиқи назарияи мавҷҳо ва қобилияти шарҳ додани ҳодисаҳои мушоҳидашударо дар сатҳи дастрас барои донишҷӯён дошта бошанд.

Бояд қайд намуд, ки моделҳои компютерӣ дар таълими физика нақши муҳим бозида, ба рушди фаҳмиши кофии ҳодисаҳои физикӣ мусоидат намуда, фаҳмиши донишҷӯёнро пурра ва васеъ мекунанд. Моделҳо тасаввуроти ибтидоии дурустро дар бораи ҳодисаҳо, равандҳо ва қонуниятҳои нави физикӣ инкишоф медиҳад ва донишҷӯёнро ҳавасманд мекунад ва инчунин усулҳои тадқиқотро ба таври васеъ ҷорӣ мекунанд. Тасаввур кардани моделҳо диққат ва хотираи донишҷӯёнро ҳангоми омӯзиши ҳодисаҳои физикӣ ва қонуниятҳои гуногуни физикӣ инкишоф медиҳад.

Адабиётҳо

1. Гулд Х. Компьютерное моделирование в физике: в 2-х частях. часть первая / Х. Гулд, Я. Тобочник. – м.: мир, 2003. – 400 с.
2. Олимов А.Р., Низомов З., Каримзода А.Н. Оптика. Физикаи атом ва ҳаста. ҚДММ «Аржанг» 224 с.
3. Гултияев А. Визуальное моделирование в среде matlab: учебный курс / А. Гултияев. – спб.: Питер, 2005. – 432 с.
4. Ҷураев Х.Ш., Муминов Ҳ.Ҳ. “Технологияи барномасозӣ”(Мухити барномасозии Matlab)- Душанбе: “ЭР-граф”, 2021. – 268с.
5. Ҷуразода Х.Ш. “Моделсозӣ” Душанбе-2025. Хирадманд-2025.200с
6. Епифанова М.К. Инновационные педагогические технологии. часть.1. образовательные ресурсы интернет как компонент мультимедийных технологий и их применение в обучении физике: учебно-методическое пособие / М.К. Епифанова, Н.Г. Недогреева. – М.: Издательский центр "наука", 2010. – 37 с.

7. *Ерохин Р.Я.* Выбор модели в процессе решения физических задач. преподавание физики в высшей школе / *Р.Я. Ерохин* // научно-методический журнал. – 2002. – № 23. – с.78-126.

ОМУЌИШИ ҲОДИСАҲОИ ФИЗИКӢ ТАВАССУТИ МОДЕЛСОЗИИ КОМПЮТЕРӢ ҲАМЧУН ВАСИЛАИ ҲАЛИ МАСЪАЛАҲОИ МУОСИР

Фишурда. Бояд қайд кард, ки ин силсила намоишҳои виртуалӣ метавонад бо муваффақият ба барномаи мактабӣ ворид карда шавад. Барои ин, омӯзгорон бояд дарки амиқ аз назарияи мавҷҳоро дошта бошанд ва тавони тавзеҳи ҳодисаҳои мушоҳидашавандаро ба сатҳи фаҳмои хонандагон дошта бошанд.

Бояд қайд кард, ки моделҳои компютерӣ дар омӯзиши физика нақши муҳим доранд. Онҳо ба ташаккули дарки кофӣ аз ҳодисаҳои физикӣ мусоидат мекунанд, дониш ва фаҳмиши хонандаро такмил ва васеъ мегардонанд. Моделҳо тасаввуроти ибтидоии дурустро дар бораи ҳодисаҳо, равандҳо ва қонунҳои нави физикӣ инкишоф медиҳанд, хонандаро ҳавасманд мекунанд ва онҳоро бо доираи васеи усулҳои тадқиқотӣ шинос менамоянд. Визуализатсияи моделҳо диққат ва хотираи хонандаро ҳангоми омӯзиши ҳодисаҳо ва қонунҳои гуногуни физикӣ инкишоф медиҳад.

Калидводаҳо: ҳодисаҳои физикӣ, моделсозии компютерӣ, таҳқиқоти физикӣ, таҷҳизоти видеоӣ, симулятсия, таҷрибаи Резерфорд, сохтори атом, интерференсия, визуализатсия

ИЗУЧЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ ПОСРЕДСТВОМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КАК СРЕДСТВА РЕШЕНИЯ СОВРЕМЕННЫХ ЗАДАЧ

Аннотация. Следует отметить, что данная серия виртуальных демонстраций может быть успешно интегрирована в школьную программу. Для этого учителям необходимо глубокое понимание волновой теории и умение объяснять наблюдаемые явления на доступном для учащихся уровне.

Кроме того, компьютерные модели играют важную роль в обучении физике. Они способствуют формированию достаточного понимания физических явлений, дополняют и расширяют знания учащихся. Модели формируют правильные начальные представления о новых физических явлениях, процессах и законах, мотивируют учащихся, а также знакомят их с широким спектром методов исследования. Визуализация моделей развивает внимание и память учащихся при изучении физических явлений и различных физических законов.

Ключевые слова: физические явления, компьютерное моделирование, физические исследования, видеооборудование, симуляция, эксперимент Резерфорда, структура атома, интерференция, визуализация.

STUDYING PHYSICAL PHENOMENA THROUGH COMPUTER MODELING AS A MEANS OF SOLVING MODERN PROBLEMS

Annotation. It should be noted that this series of virtual demonstrations can be successfully integrated into the school curriculum. To achieve this, teachers need a deep understanding of wave theory and the ability to explain observed phenomena at a level accessible to students.

It is worth noting that computer models play an important role in physics education. They contribute to a sufficient understanding of physical phenomena, complementing and expanding students' knowledge. Models develop correct initial understanding of new physical phenomena, processes, and laws, motivate students, and introduce them to a wide range of research methods. Visualizing the models develops students' attention and memory while studying physical phenomena and various physical laws.

Keywords: physical phenomena, computer modeling, physical research, video equipment, simulation, Rutherford experiment, atomic structure, interference, visualization.

Маълумот дар бораи муаллифон:

Нурализода Акмал Ғулом – Директори маркази технологияи информатсионӣ ва коммуникатсияи вилояти Хатлон. **Суроға:** 735140, Ҷумҳурии тоҷикистон, ш. Бохтар, кӯчаи Борбад-13. **Телефон:** (+992) 906777888. **E-mail:** Safarov.akmal@inbox.ru

Олимӣ Ашуралӣ Рамазон – Донишгоҳи давлатии Данғара, номзоди илмҳои физикаю математика, дотсенти кафедраи физика ва география. **Суроға:** 734065, Ҷумҳурии Тоҷикистон, н. Данғара, кӯчаи Марказӣ, 25. **Телефон:** (+992) 555-05-09-24. **E-mail:** olimov_19641@mail.ru.

Алимзода Насим Олим – Донишгоҳи давлатии Данғара, номзоди илмҳои физикаю математика, и.в.дотсенти кафедраи физика ва география. **Суроға:** 734065, Ҷумҳурии Тоҷикистон, н. Данғара, кӯчаи Марказӣ, 25. **Телефон:** (+992) 935002233. **E-mail:** nasim_2005@bk.ru.

Сведения об авторах: **Нурализода Акмал Гулом** – директор Центра информационно-коммуникационных технологий Хатлонской области. **Адрес:** 735140, Республика Таджикистан, г. Бохтар, ул. Борбад-13. **Телефон:** (+992) 906777888. **E-mail:** Safarov.akmal@inbox.ru.

Олими Ашурали Рамазан – Дангаринский государственный университет, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики и географии. **Адрес:** 734065, Республика Таджикистан, р. Дангара, ул. Маркази, д. 25. **Телефон:** (+992) 555-05-09-24. **E-mail:** olimov_19641@mail.ru.

Алимзода Насим Олим – Дангаринский государственный университет, кандидат физико-математических наук, и.о. доцента кафедры физики и географии. **Адрес:** 734065, Республика Таджикистан, г. Дангара, улица Маркази, 25. **Телефон:** (+992) 935002233. **E-mail:** nasim_2005@bk.ru.

Information about the authors:

Nuralizoda Akmal Gulom – Director of the Information and Communication Technologies Center of Khatlon Region. **Address:** 735140, Republic of Tajikistan, Bokhtar city, Borbad-13 Street. **Phone:** (+992) 906777888. **E-mail:** Safarov.akmal@inbox.ru

Olimi Ashurali Ramazan – Dangara state University, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the department of Physics and Geography. **Address:** 734065, Republic of Tajikistan, r. Dangara, st. Markazi, 25. **Phone:** (+992) 555-05-09-24. **E-mail:** olimov_19641@mail.ru.

Alimzoda Nasim Olim – Dangara State University, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Acting Associate Professor of the Department of Physics and Geography. **Address:** 734065, Republic of Tajikistan, Dangara, Markazi Street, 25. **Phone:** (+992) 935002233. **E-mail:** nasim_2005@bk.ru.

Мақола ба редакция ворид шуд: 16.10.2025

Аз тақриз баргашт: 12.11.2025

Ба чоп тавсия шуд: 21.11.2025

УДК: 546.742: 620.193: 669.715'74

**ТАДҚИҚОТИ ПОТЕНСИОДИНАМИКИИ ХҶЛАИ АЛЮМИНИЙИ
AlCu4.5Mg1 НАВЪИ ДЮРАЛЮМИНӢ БО НАТРИЙ ДАР МУҲИТИ
ЭЛЕКТРОЛИТИ NaCl**

Абуали Э., *Ғаниев И.Н., Саломатхони Д., Наврузаи А.

Донишгоҳи давлатии Данғара

***Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С. Осимӣ**

Омӯзиши устуворӣ ба коррозияи ҳулаҳоро бо усулҳои электрохимиявӣ, аниқтараш бо роҳи потенциостатикӣ муддати зиёд истифода мебаранд. Бо истифодаи ин роҳ метавонем маълумотҳоеро ҳосил кунем, ки барои пурзӯр кардани муҳофизати электрохимиявии қисмҳои металлӣ истифода карда шуда, дар амал мӯҳлати истифодакунии техника ва қисмҳои онро дароз кунем. Яке аз факторҳои муҳим дар роҳи ҳимояи қисмҳо аз коррозия ин донистани вобастагии мутақобилаи суръати ҳалшавӣ ва потенциалҳо ба ҳисоб меравад. Агар мо ин бузургӣро донем, метавонем дар асоси онҳо роҳи ҳимояи металлҳо дар шароити гуногунро аниқ карда, технологияи ҳифзро интихоб кунем.

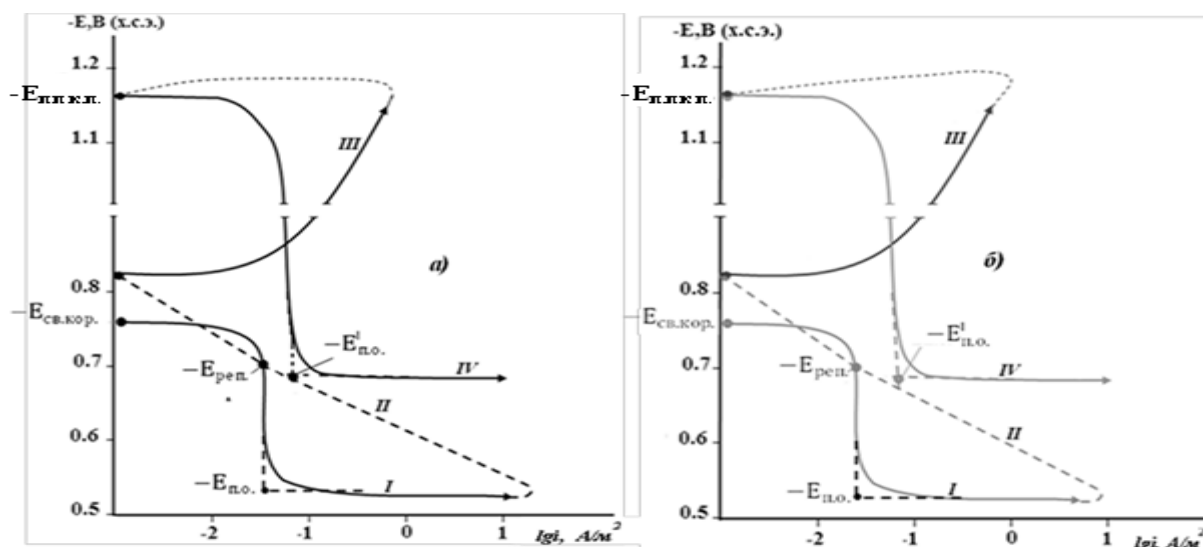
Пеш аз сар кардани санҷишҳо, ин қисмҳои намунаҳо бо қоғази сангрездор (наждак) коркард карда, тоза карда шуданд. Ҳамин тавр, бо усулҳои механикӣ намунаҳо барои гузаронидани омӯзишҳо тайёр карда шуданд. Сатҳи электрод бо маҳлули спирти тоза карда мешаванд, ки ин марҳилаи охирон ба ҳисоб меравад. Ду тарафи намуна, ки дар рафти кор набояд иштирок кунанд, бо омехтаи маводҳо (50% парафин ва 50% канифол) молида шуда, бо ин роҳ, изолятсия карда мешаванд. Дурустии таркиби ҳулаҳо бо роҳи вазнашӣ маводҳо ва ҳулаҳои ҳосилшуда, назорат карда мешаванд. Барои муқаррар намудани потенциали коррозсионии бе қувваи ҷараён, намунаи омӯхташаванда тоза ва зерӣ коркарди механикӣ гирифта мешавад. Баъди ин, намуна аз равшан бо истифода аз маҳлули спирти тоза карда, дар муҳити нейтралӣ NaCl якҷанд вақт нигоҳ дошта шуданд.

Омӯзишҳои мазкур дар муҳитҳои электролитии нейтралӣ гузаронида шуданд, ки миқдори гуногуни NaCl дошта, тибқи талаботҳои ГОСТ 9.017 – 74 ҳамчун муҳити ба оби баҳр наздик ҳисобида мешавад. Дар рафти ин омӯзиш таъсири миқдори хлорид ионҳо ба рафтори коррозсионӣ-

электрохимиявии хӯлаи $\text{AlCu}_{4.5}\text{Mg}_1$ бо иловаҳои Na муайян карда мешаванд.

Таҳқиқотҳо дар речаи потенциодинамикӣ ва усули потенциостатикӣ гузаштан. Дар вақти кор суръати паҳншавии потенциал ба 2 мВ/с баробар буд. Ҳамчунин бояд қайд кунем, ки барои ҳосил кардани арзишҳои дуруст ва рух надодани хатогиҳо, маҳлули таҳқиқоти дар ҳарорати якхела нигоҳ бояд дошта шавад. Барои ҳамин мо бо истифодаи термостати МЛШ-8 ҳароратро доимӣ 20°C нигоҳ доштем. Ячейка аз якчанд электрод ташкил шуда, яктои он аз платина – электроди ёрирасон ва дигараш, муқоисавӣ – аз хлориди нуқра сохта шуда аст.

Омӯзиши хосиятҳои электрохимиявии намунаҳо ба самти мусбати потенциал дар маҳлули моеъгии муқаррар кардаи ($E_{\text{корр.оз.}}$ - потенциали коррозияи озод ё статсионарӣ) то қимати потенциалие, ки дар натиҷа якбора афзоиши зичии ҷараён ба амал меояд, поляризатсия карда шуданд, дар натиҷа питингҳосилшавӣ (расми 1) сурат мегирад. Аз ин қарбати, бузургии потенциали питингҳосилшавӣ ($E_{\text{п.х.}}$) пеш аз қорқарди қатодӣ муайян карда шуд. Баъд аз ин, поляризатсиякунии намунаи санҷиши ба тарафи муқобил оғоз мешавад (расми 1, қарбатиҳои II ва III) то қимати потенциалии $-1,2 \text{ В}$, ки дар натиҷа ҳалшавии пардаи оксид меғузарад. Намунаҳои хӯлаҳо ба самти мусбат аз нав поляризатсия карда шуда (расми. 1, қарбати IV), ҳангоми гузаштан аз самти қатодӣ ба самти анодӣ поляризатсияи қатодӣ потенциали ($E'_{\text{п.о.}}$) ба қайд гирифта мешавад. Барои муқоиса, дар расми 1. қарбатиҳои пурраи поляризатсияи хӯлаи $\text{AlCu}_{4.5}\text{Mg}_1$ бо суръати қардиши потенциалии $1 \text{ мВ}\cdot\text{с}^{-1}$ и $2 \text{ мВ}\cdot\text{с}^{-1}$ нишон дода шудааст. Таҳқиқоти минбаъда бо суръати қардиши потенциалии $2 \text{ мВ}\cdot\text{с}^{-1}$ гузаронида шуданд. Хатогиҳои ченкунӣ бо истифода аз ин усул аз $\pm 1 \text{ мВ}$ зиёд набуданд. Хӯлаҳои алоҳидаи таркиби оптималии натрий $0,5\text{-}1,0 \%$ вазн, бо усули гравиметрӣ дар маҳлули обии NaCl дар давоми як моҳ омӯхта шуданд. Қиматҳои бадастомада бо натиҷаҳои, ки тавассути ҳисоб қардани зичии ҷараёни зангзанӣ дар доираи $5\text{-}7\%$ ба даст оварда шудаанд, мувофиқат мекунанд.



Расми 1. - Қаҷхатиҳои пурраи поляризатсияи ҳӯлаи алюминийи $AlCu_{4.5}Mg_1$ бо суръати гардиши потенциалии 1 мВ/с (а) ва 2 мВ/с (б) дар ҳолати миқдори 3% NaCl

Сипас, аз ин қаҷхатиҳои поляризатсионӣ истифода карда, арзиши ҳамаи потенциалҳои электрохимиявиро метавонем муайян кард, ба мисли: $E_{ст.}$ - потенциали статсионарӣ, $E_{корр. оз.}$ – потенциали коррозияи озод; $E_{реп.}$ потенциали репассиватсия; $E_{п.х.}$ потенциали питингҳосилшавӣ пеш аз поляризатсияи катодӣ; $E'_{п.х.}$ потенциали питингҳосилшавӣ пас аз поляризатсияи катодӣ; $E_{п.п.к.п.}$ потенциал пас аз поляризатсияи катодӣ; $i_{корр.}$ чараёни коррозия.

Раванди зангзанӣ бо истифода аз қаҷхатиҳои катодӣ ҳисоб карда шуд, зеро чараёни зангзании алюминий ва ҳӯлаҳои он дар муҳити бетараф аз реаксияи катодии ионизатсияи оксиген вобаста аст. Дар навбати худ, суръати зангзанӣ ба функсияи чараёни зангзанӣ ҳисобида мешавад ва бо чунин муодила аниқ карда мешавад:

$$K = i_{корр.} \cdot k$$

ин ҷо $k = 0,335$ г/А·с эквиваленти электрохимиявии алюминий.

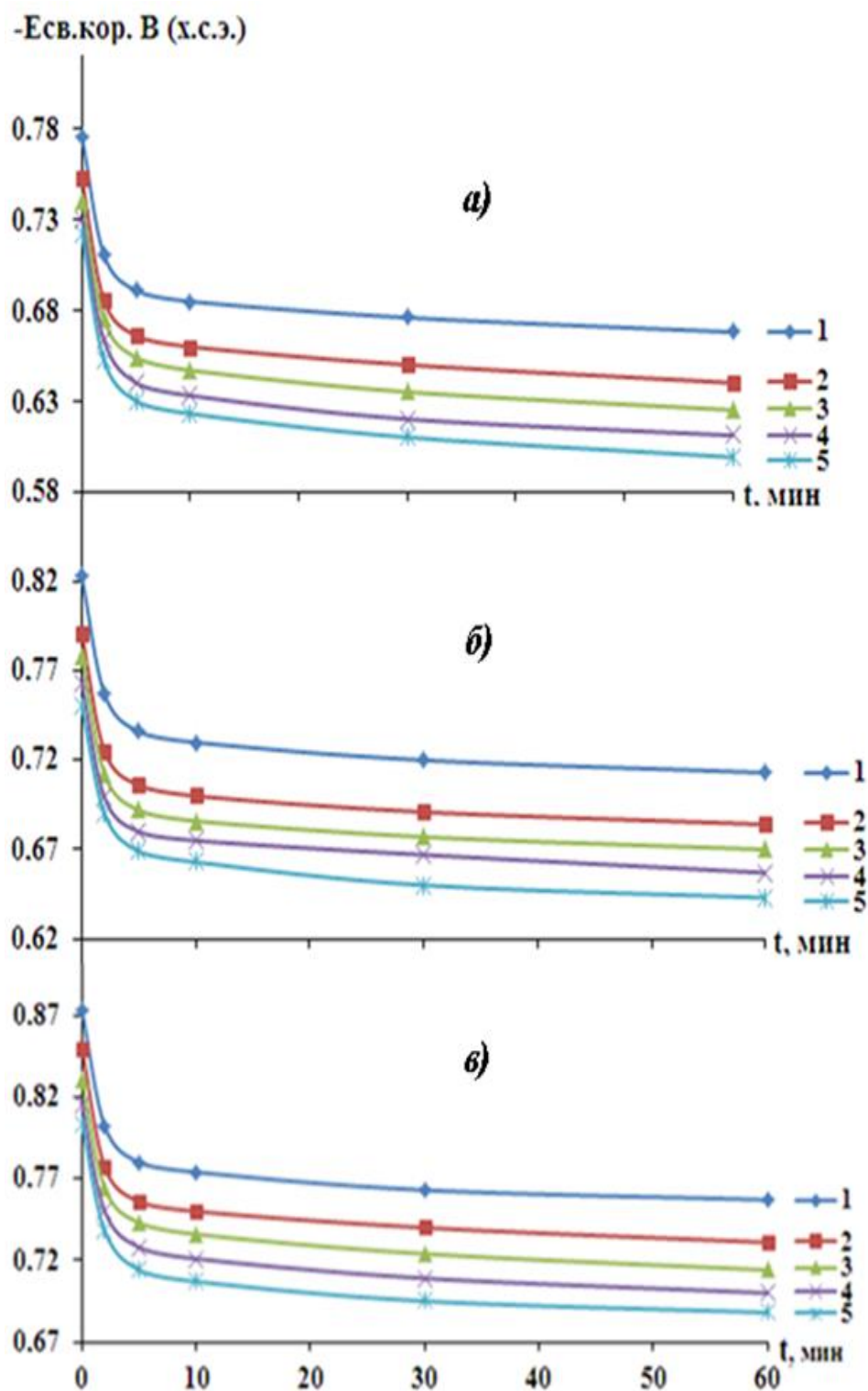
Аз сабаби он, ки миқдори иловаҳои ҷавҳаронида ҳангоми истехсоли ҳӯлаҳо аз 5% зиёд набуд, ҳангоми ҳисоб кардани чараёни зангзанӣ эквиваленти электрохимиявии алюминий гирифта шуд.

Ин омӯзишҳо дар маҳдули моеъгии электролити NaCl ҳангоми суръати гардиши потенциалии 2 мВ/с пешниҳод карда шудааст. Иловаи натрий ба ҳӯлаи алюминий $AlCu_{4.5}Mg_1$ аз 0,05 то 1,0 % вазн аст. Миқдори NaCl дар маҳдули электролит 0,03 0,3 ва 3,0 %-и вазнро ташкил медед [1, с.79; 2, с.81; 3, с.80].

Дар чараёни тадқиқоти потенциодинамикии ҳӯлаи синтезшуда арзиши потенциали коррозияи озод бо гузашти вақт дар маҳдули моеъгии NaCl муайян карда шуд (ҷадвали 1.).

Ҷадвали 1. - Вобастагии вақтии тавсифи потенциалии коррозияи озоди ($E_{\text{корр.оз.}}$, В) хӯлаи алюминий $AlCu4.5Mg1$ аз миқдори натрий, дар муҳити электролитии $NaCl$ [1, с.79-81].

Муҳит $NaCl$ % вазн	Миқдори натрий дар хӯла	Вақт, дақиқа							
		1/4	1/2	2	5	10	20	40	60
0,03	0,0	0,763	0,727	0,711	0,691	0,685	0,680	0,672	0,668
	0,05	0,741	0,700	0,686	0,666	0,660	0,655	0,646	0,640
	0,1	0,730	0,691	0,675	0,654	0,647	0,641	0,630	0,625
	0,5	0,722	0,682	0,664	0,640	0,633	0,626	0,615	0,611
	1,0	0,711	0,670	0,653	0,630	0,623	0,616	0,604	0,599
0,30	0,0	0,812	0,773	0,757	0,736	0,730	0,725	0,716	0,713
	0,05	0,780	0,740	0,725	0,706	0,700	0,695	0,688	0,684
	0,1	0,766	0,728	0,712	0,692	0,686	0,681	0,673	0,670
	0,5	0,752	0,713	0,699	0,680	0,675	0,670	0,663	0,657
	1,0	0,738	0,706	0,690	0,669	0,663	0,656	0,645	0,643
3,0	0,0	0,860	0,819	0,802	0,780	0,774	0,768	0,759	0,757
	0,05	0,838	0,795	0,777	0,756	0,750	0,745	0,736	0,731
	0,1	0,816	0,780	0,764	0,743	0,736	0,730	0,718	0,714
	0,5	0,806	0,768	0,750	0,728	0,721	0,714	0,705	0,700
	1,0	0,892	0,754	0,738	0,714	0,707	0,700	0,690	0,688

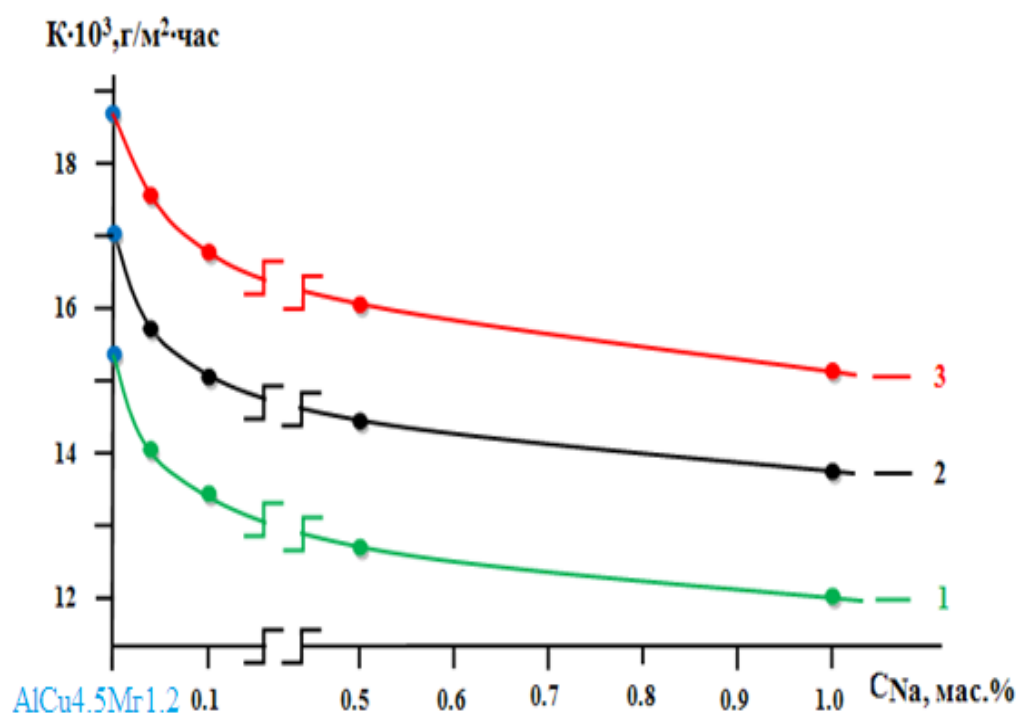


Расми 2. Вобастагии вақт аз потенциали коррозияи озоди ($E_{\text{корр.оз.}}$, В) ҳӯлаи алюминийи AlCu4.5Mg1 (1) бо натрий, % вазн: 0,05(2); 0,1(3); 0,5(4); 1,0(5), дар муҳити электролитҳои 0,03% (а), 0,3% (б) ва 3,0%-и (в) NaCl [4, с.167–182].

1. Суръати коррозияи ҳӯлаи алюминийи AlCu4.5Mg1 баробар бо зиёд шудани миқдори иловаи легиркунандаи Na тақрибан ба аз 10 то 15% суст мешавад. Ин қонуният дар ҳар се муҳити таҳқиқшуда ба назар мерасанд

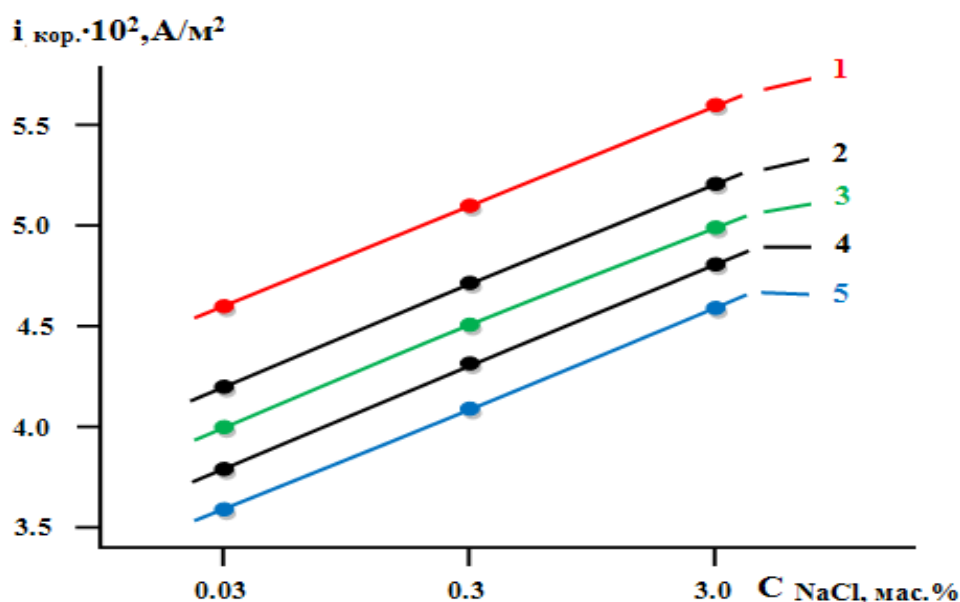
(расми 3.). Сустшавии суръати коррозия баробар бо гузариши қачхатиҳои потенциодинамикии анодии ҳулаҳо ба самти мусбӣ амалӣ мешавад (расми 4). Ҳангоми зиёд шудани концентратсияи ионҳои хлорид дар электролити NaCl, зичии ҷараёни зангзании ҳулаҳо новобаста аз таркиби онҳо зиёд мешавад дар расми расми 4 оварда шудааст [1 с,79-81].

Дар расмҳои 3 ва 4 вобастагии суръати коррозия ва зичии ҷараёни коррозияи ҳулаи алюминийи $AlCu_{4.5}Mg_1$ дар муҳити моеъгии маҳлули хлориди натрий нишон дода шудааст. Маълумотҳо аз ин расмҳо нишон медиҳанд, ки бо зиёд шудани миқдори иловаи Na, суръати коррозия суст мешавад. Ҳамчунин, арзишҳои потенциалҳои коррозия, пitting-ҳосилшавӣ, репассиватсияи пассиватсия баландтар мешаванд.



Расми 3. Вобастагии суръати зангзании ҳулаи алюминий $AlCu_{4.5}Mg_1$ бо натрий, % вазн: 0,03 (1); 0,3 (2); 3,0 (3), дар муҳити электролити NaCl [3, с. 167-182].

Вобастагии зичии ҷараёни коррозияи ҳулаи алюминийи $AlCu_{4.5}Mg_1$ миқдори хлорид-ионҳо дар маҳлули муҳити омӯзишӣ дар расми 4. пешниҳод карда шудааст.



Расми 4- Вобастагии зичии қараёни коррозиянии ҳӯлаи алюминийи $AlCu4.5Mg1$ (1) бо натрий, % вазн: 0,01 (2); 0,1 (3); 0,5 (4); 1,0 (5) аз консентратсияи электролитҳои $NaCl$ [1, с.79-81].

Илова намудани натрий то 1,0 % вазн дар ҳӯла дар муҳитҳои нишондодашуда устувори ба зангзании онро зиёд мекунад [5, с. 63-71]. Агар гап дар бораи ҳӯлаи алюминийи $AlCu4.5Mg1$ бо натрий сахтшуда аз сабаби ҳалшавандагии баланди натрий дар маҳлули саҳти алюминий бо магний ва мис меояд, ки ҳангоми ба зангзании ҳӯлаи аслӣ дар илова кардани натрий то 1% вазн дар муҳити нейтралӣ электролити $NaCl$ зиёд шудан мегирад [2, с.1146-1149].

Адабиёт

1. Ганиев И.Н. Влияние pH среды на анодные поляризационные характеристики сплавов системы Al-Sr / И.Н. Ганиев, М.Ш. Шукроев // Изв. АН Тадж. ССР. Отд. Физмат, хим. и геол. наук. 1986. -№1, - С.79-81.
2. Ганиев И.Н. Коррозия алюминиевых сплавов с кальцием, стронцием и барием в морской воде / И.Н. Ганиев, В.В. Красноярский, Т.И. Жукова // ЖПХ., 1995. -Т.68, -№7, -С.1146-1149.
3. Антипов В.В., Сенаторова О.Г., Ткаченко Е.А., Вахромов Р.О. Алюминиевые деформируемые сплавы /В сб.: Авиационные материалы и технологии: Юбилейный науч.-технич. сб. (приложение к журналу «Авиационные материалы и технологии»). М.: ВИАМ. 2012. С. 167–182.
4. Фридляндер И.Н. Алюминий и его сплавы. М.: Знание. 1965. 61 с.
5. Чирков Е.Ф. О старение сплава М40 /В кн.: Металловедение сплавов легких металлов. М.: Наука. 1970. С. 63-71.

ТАДҚИҚОТИ ПОТЕНСИОДИНАМИКИИ ХҶЛАИ АЛЮМИНИЙИ AlCu4.5Mg1 НАВЪИ ДЮРАЛЮМИНӢ БО НАТРИЙ ДАР МУҲИТИ ЭЛЕКТРОЛИТИ NaCl

Ғишурда. Натиҷаҳои таҳқиқотҳои ҷамъбастии хосиятҳои зангзанӣ-электрохимиявии хӯлаи алюминийи AlCu4.5Mg1 бо метали ишқорӣ Na дар ҷадвали 1 оварда шудаанд. Мушоҳида, мешавад, ки дар иловаҳои натрий бо консентрасияи 0,05-1,0 вазн.% ба хӯлаи алюминийи AlCu4.5Mg1 дар се муҳити электролити NaCl , ки омӯхта карда шудаанд, потенциалҳои репассиватсия, коррозияи ва пitting-хосилшавӣ ба доираи қиматҳои мусбат мегузаранд, ки ин гувоҳи зиёд шудани хосияти устувории хӯла ба коррозия мебошад.

Механизми таъсири метали ишқорӣ ба зиёдшавии устувории зангзании хӯлаи ибтидоии AlCu4.5Mg1 ва натиҷаи лағжиши потенциалҳои электрохимиявии системаи омӯхташуда, ба самти афзоиш ва пастравии зичии ҷараёни коррозия мебошад.

Қалимаҳои қалидӣ: хӯлаи алюминийи AlCu4.5Mg1 нави дюралюминӣ, натрий, хосиятҳои зангзанӣ, электролити NaCl , потенциалҳои электрохимиявӣ.

ПОТЕНЦИОДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА AlCu4,5Mg1 ТИПА ДЮРАЛЮМИНИЙ С НАТРИЕМ В СРЕДЕ ЭЛЕКТРОЛИТА NaCl

Аннотация. Результаты комплексных исследований коррозионно-электрохимических свойств алюминиевого сплава AlCu4,5Mg1 со щелочным металлом Na представлены в таблице 1. Отмечено, что при добавках натрия в концентрации 0,05–1,0 мас.% к алюминиевому сплаву AlCu4,5Mg1 в трех исследованных средах электролита NaCl потенциалы репассивации, коррозии и пitting-образования смещаются в область положительных значений, что свидетельствует о повышении коррозионной стойкости сплава.

Установлен механизм влияния щелочных металлов на повышение коррозионной стойкости исходного сплава AlCu4,5Mg1 и следствие смещения электрохимических потенциалов исследуемой системы в сторону увеличения и уменьшения плотности коррозионного тока.

Ключевые слова: алюминиевый сплав AlCu4,5Mg1 типа дюралюминий, натрий, коррозионные свойства, электролит NaCl , электрохимические потенциалы.

POTENTIODYNAMIC STUDY OF ALUMINUM ALLOY AlCu4.5Mg1 OF DURALUMINIUM TYPE WITH SODIUM IN NaCl ELECTROLYTE MEDIUM

Annotation. The results of the comprehensive studies of the corrosion-electrochemical properties of aluminum alloy AlCu4.5Mg1 with alkali metal Na

are presented in Table 1. It is observed that with sodium additions with a concentration of 0.05-1.0 wt.% to aluminum alloy AlCu4.5Mg1 in the three NaCl electrolyte media studied, the repassivation, corrosion and pitting potentials shift to positive values, which indicates an increase in the corrosion resistance of the alloy.

The mechanism of the influence of alkali metals on the increase in the corrosion resistance of the initial AlCu4.5Mg1 alloy and the result of the shift of the electrochemical potentials of the studied system in the direction of increasing and decreasing the corrosion current density is.

Key words: aluminum alloy AlCu4.5Mg1 duralumin type, sodium, corrosion properties, NaCl electrolyte, electrochemical potentials.

Маълумот дар бораи муаллифон

Абуали Элмурод - иҷрокунандаи вазифаи мудири кафедраи химияи умумии Донишгоҳи давлатии Данғара. **Суроға:** Ҷумҳурии Тоҷикистон, 735320, ноҳияи Данғара, кӯчаи Марказӣ 25, Тел.: (+992) 900-03-04-64, **E-mail:** abuali54321@inbox.ru

Ғаниев Изатулло Наврӯзович — академики АМИТ, доктори илмҳои химия, профессори кафедраи технологияи истеҳсоли химиявии ДТТ ба номи академик М.С. Осимӣ. **Суроға:** Ҷумҳурии Тоҷикистон, 734042, Душанбе, хиёбони академикҳо Раҷабовҳо, 10. **E-mail:** ganievizatullo48@gmail.com.

Саломатхони Дониёр – магистранти кафедраи химияи умумии Донишгоҳи давлатии Данғара. **Суроға:** Ҷумҳурии Тоҷикистон, 735320, ноҳияи Данғара, кӯчаи Марказӣ 25, Тел.: (+992) 907-00-06-32.

Наврузаи А – магистранти кафедраи химияи умумии Донишгоҳи давлатии Данғара. **Суроға:** Ҷумҳурии Тоҷикистон, 735320, ноҳияи Данғара, кӯчаи Марказӣ 25. **Тел.:** (+992) 900-03-04-64.

Сведения об авторах:

Абуали Эльмурод – и.о.заведующего кафедрой общей химии Дангаринского государственного университета. **Адрес:** 735320, Республика Таджикистан, Дангаринский район, улица Центральная 25, Телефон: (+992) 900-03-04-64, **E-mail:** abuali54321@inbox.ru.

Ғаниев Изатулло Наврӯзович – академик АМИТ, д.х.н., профессор кафедры технологии химических производств Таджикского технического университета им. академика М.С. Осими. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, Душанбе, проспект Раджабовых, 10, **E-mail:** ganievizatullo48@gmail.com.

Саломатхони Дониёр – Магистрант кафедры общей химии Дангаринского государственного университета Республики Таджикистан. **Адрес:** 735320, Дангаринский район, улица Маркази 25.

Наврузаи А. - Магистрант кафедры общей химии Дангаринского государственного университета Республики Таджикистан. **Адрес:** 735320, Дангаринский район, улица Маркази 25.

Information about the Authors

Abuali Elmurod – Acting Head of the Department of General Chemistry at Dangara State University. **Address:** Republic of Tajikistan, 735320, Dangara District, 25 Markazi Street, **Tel.:** (+992) 900-03-04-64, **E-mail:** abuali54321@inbox.ru.

Ganiev Izatullo Navruzovich – Academician of the Academy of Medical and Technical Sciences (AMIT), Doctor of Chemistry, Professor of the Department of Chemical Production Technology at Tajik Technical University named after Academician M.S. Osimi. **Address:**

Republic of Tajikistan, 734042, Dushanbe, Academicians Rajabovs Avenue, 10. **E-mail:** ganievizatullo48@gmail.com.

Salomatkhoni Doniyor – Master’s student of the Department of General Chemistry at Dangara State University. **Address:** Republic of Tajikistan, 735320, Dangara District, 25 Markazi Street, **Tel.:** (+992) 907-00-06-32

Navruzai A – Master’s student of the Department of General Chemistry at Dangara State University. **Address:** Republic of Tajikistan, 735320, Dangara District, 25 Markazi Street, **Tel.:** (+992) 900-03-04-64

Мақола ба редакция ворид шуд: 17.10.2025

Аз тақриз баргашт: 13.11.2025

Ба чоп тавсия шуд: 21.11.2025

УСУЛҲОИ ИСТЕҲСОЛИ НИТРАТИ СУРБ

Рачабов Ш.Х., *Сайдалиев Д.А.
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон
*Донишгоҳи давлатии Данғара

Раванди истеҳсоли нитрати сурб аз ҷиҳати химиявӣ содда буд ва дар асоси ҳал намудани сурби металли дар «aqua fortis» (кислотаи нитрат) ва баъдан тоза намудани таҳшин амалӣ карда мешавад.

Нитрати сурб дар об хуб ҳал мешавад. Маҳлули обиаш хосияти реаксионии кислотагии заиф дорад. Дар об бо камшавии ҳаҷм ва фуру бурдани гармӣ ҳал мешавад. Дар ҳаво намак таҷзия намешавад. [4, с.38]

Нитрати сурб дар спирт ва кислотаи сулфати концентронида ҳал намешавад. Кислотаи нитрати заиф ва спирти 90%-а ба миқдори хеле кам нитрати сурбро ҳал мекунад. Масалан, дар спирти метил ҳамагӣ 1,35% дар ҳарорати 20,5° ҳал мешавад. Дар аммиаки моеъ зуд ҳал мешавад. Нитрати сурб хосияти гигроскопии кам дорад. [2, с.85]

Ҷадвали 1. Ҳалишавандагии нитрати сурб дар об

$t^{\circ}\text{C}$	Дар 100 гр об ҳал мешавад, гр $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$	% $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$	$t^{\circ}\text{C}$	Дар 100 гр об ҳал мешавад, гр $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$	% $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$
0	38,7	26,7	50	85,1	44,0
10	48,3	30,8	60		46,8
20	56,4	34,3	70	105,8	49,4
30	65,5	37,8	80		51,8
40	75,2	41,0	100	138,9	56,0

Ҷадвали 2. Ҳарорати ҷӯшиши маҳлулҳои обии нитрати сурб

гр $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ дар 100 гр об	Ҳарорати ҷӯшиш $^{\circ}\text{C}$	гр $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ дар 100 гр об	Ҳарорати ҷӯшиш $^{\circ}\text{C}$
26	101,0	87	102,5
44	101,5	110	103,0
65	102,0	137	103,5

Ҷадвали 3.

Ҳалишавандагии нитрати сурб дар кислотаи нитрат дар ҳарорати 25°

Нормалнокии маҳлулҳои кислотаи нитрат	Ҳалишавандагии нитрати сурб, г/л
2,02	178,0
4,64	61,0
8,77	13,9
14,35	0,538

Маҳдули нитрати сурб гидролиз мешавад ва муҳити кислотагӣ заиф дорад, ки нишондоди гидрогениаш аз 3 то 4 барои маҳдули обии 20%-а мебошад. Ҳангоми зиёд будани ионҳои NO_3^- дар маҳлул нитрокомплексҳо ҳосил мешавад: $[\text{Pb}(\text{NO}_3)_3]^-$, $[\text{Pb}(\text{NO}_3)_4]^{2-}$ ва $[\text{Pb}(\text{NO}_3)_6]^{2-}$. Ҳангоми баланд кардани pH-и маҳлул чунин гидрооксонитрат: $\text{Pb}(\text{OH})_x(\text{NO}_3)_y$ ҳосил мешавад, ки баъзеи онҳо дар ҳолати саҳт чудо карда шудаанд. [3, с.116]

Ҳамаи пайвастагӣҳое, ки катиони Pb (II) доранд, бо маҳлулҳое, ки аниони йодид доранд, бо ҳосилшавии такшони зарду норинҷӣ таъсир мекунанд. Аз сабаби тағйирёбии аҷиби ранг ин реаксияро барои намоиши “борони тиллоӣ” бисёр истифода мебаранд.

Ҳангоми ҳал намудани нитрати сурб дар пиридин ё аммиаки моеъ чунин пайвастагӣҳо ҳосил мешаванд: $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2 \cdot 4\text{C}_5\text{H}_5\text{N}$ ва $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2 \cdot n\text{NH}_3$. Дар ин ҷо n ба 1, 3, 6 баробар аст. Нитрати сурб оксидкунанда мебошад. Вобаста аз намуди реаксия он метавонад Pb^{2+} ион бошад, ки редокспотенсиали стандартӣ (E^0) -125V ва ё нитрат ион, ки дар муҳити кислотагӣ потенсиали стандартӣ (E^0) +0,956V дорад. [5, с.320]

Талаботҳои техникии истеҳсоли нитрати сурб

Нитрати сурб бояд аз рӯйи талабот ва регламенти техникии ГОСТ 4236-77 омода карда шавад. Аз рӯйи нишондиҳандаҳои физико-химиявӣ бояд маҳсулоти омодашуда ба меъёрҳои дар ҷадвал овардашуда мутобиқат кунад.

Ҷадвали 4. Меъёрҳои сифатии реактивҳо аз ҷиҳати химиявӣ

Номгуӣи нишондиҳанда	Меъёрҳо барои реактиви аз ҷиҳати химиявӣ тоза	Меъёрҳо барои реактиви тоза барои таҳлил	Меъёрҳо барои реактиви тоза
Ҳиссаи массавии нитрати сурб (% , на кам аз)	99,5	99,0	99,0
Ҳиссаи массавии моддаҳои дар об ҳалнашаванда, (% , на кам аз)	0,005	0,005	0,020
Ҳиссаи массаи хлоридҳо, (% , на кам аз)	0,0005	0,0010	0,0050
Ҳиссаи массаи оҳан, (% , на кам аз)	0,0005	0,0020	0,0020
Ҳиссаи массаи мис, (% , на кам аз)	0,00025	0,00050	0,00100
Ҳиссаи массаи магний, (% , на кам аз)	0,002	0,004	0,008
Ҳиссаи массаи умумии калий	0,004	0,020	0,020

ва натрий, (% , на кам аз)			
Ҳиссаи массаи калсий, (% , на кам аз)	0,005	0,010	0,020
pH и 5% аи маҳлул на кам аз	3	3	Меъёр муқаррар карда намешавад

Усулҳои ҳосил намудани нитрати сурб

Ҳосил намудани нитрати сурб аз сурби металлӣ ва кислотаи нитрат.

Ашёи хом

Ба сифати ашёи хом барои истеҳсоли нитрати сурб кислотаи нитрати 36-40%-а ва сурби металлӣ истифода бурда мешавад.

Сурб бо тозагиҳои мухталиф истифода бурда мешавад. Пеш аз истифода сурби металиро аз ғашҳо тоза мекунамд. Пеш аз ин, як порчаи металиро аз ғашҳои беруна бо оби гарм шуста тоза намуда, дар хумдони пулодии электрикӣ дар ҳарорати 330°C ғудохта мекунамд. Сурби ғудохташуда аз хумдон дар баки кушодаи фавраи (струя) тунук, ки бо об пур карда шудааст, бароварда мешавад. [6, с.62]

Дар бак гранулаҳои ковоки андозаҳои гуногуни сурб пайдо мешаванд, ки онҳо дастӣ интихоб шуда, баъдан барои ҳалкунӣ дар кислотаи нитрат рагон карда мешавад. Пеш аз хумдон хориҷ кардани сурби ғудохта аз сатҳи болоии он пардаи “шлакҳо” тоза карда мешавад, ки он дар намуди оксидҳои гуногуни металиҳо ва силикатҳо маводи авваларо ифлос мегардонад.

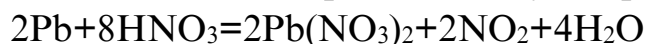
Сурби металии ранги кабудии торик дошта мулоим мебошад ва массаи атомиаш дар ҳарорати 10°C 11,3 мебошад. Ҳарорати ғудозишаш 327°C ва ҳарорати ҷушишаш бошад, 1540°C аст. Ҳангоми ҷушидан буғҳои он захрнок мебошад. Ҳангоми дар атмосфера мавҷуд будани намӣ металл бо пардаи гидрати оксиди сурб руйпуш мегардад. [3, с.27]

Ҳангоми шустани сурб бо оби ангидриди карбондошта ҳодисаи хурдашавии металл ба амал меояд. Сурб дар ҳавои намнок бо пардаи оксидӣ руйпуш мешавад, ки дигар металиҳоро аз оксидшавӣ нигоҳ медорад.

Зиёд нигоҳдории сурби исфанҷӣ (ковок) дар ҳавои кушод тавсия дода намешавад, чун зуд оксид мешавад. Ҳангоми дар об нигоҳ доштани сурб ва мавҷуд будани ҳаво ва ангидриди карбон оҳиста оҳиста кристаллҳои намаки асосии ангидриди карбон ҳосил мешавад. [7, с.120]

Моҳияти усул

Гранулаҳои ковоки сурби металлӣ дар кислотаи нитрат ҳангоми гар кардан ҳал мешавад. Дар ин ҳолат чунин реаксия мегузарад:



Аз маҳлули ҳосилшуда ҳангоми хунук намудан кристаллҳои $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ меафтанд, ки онҳоро перекрислатализатсия мекунанд.

Бо усули дигар нитрати сурбро бо кислотаи нитрат ионҳои ҳамроҳ илова менамоянд: он ба намуди орди кристаллӣ меафтад, ки онро дар оби гарм ҳал карда, филтр намуда, аз маҳлули бо миқдори барзиёдати кислота омодашуда маротибаи дуум ионҳои ҳамроҳ илова мекунанд.

Кристаллҳои афтидаро аз маҳлули аввала ҷуда карда, бо об мешуянд ва дар ҳарорати мӯътадил хушк мекунанд. Маҳлули аввала ва обҳои барои шустан истифодашуда боз ба сикли истеҳсоли бармегарданд.

Нитрати сурб инчунин аз оксиди сурб ва карбонати сурб низ истеҳсол карда мешавад. Оксиди сурб дар кислотаи нитрати 30%-а ҳангоми гарм кардан, карбонати сурб бошад, дар кислотаи сероб ва хунук ҳал мешаванд. Маҳлулҳои филтркардашуда концентронида намуда, зуд кристаллизатсия мекунанд. [1, с.22]

Равандҳои технологи истеҳсоли нитрати сурб

Ба реакторе, ки дорои зарфи силиндрӣ аз пӯлоди ба кислота тобовар омодашуда мебошад, сурби металлӣ бор карда мешавад ва баъдан оҳиста оҳиста кислотаи нитрати 30-40% ро илова мекунанд. Маҳлули дар реакторбуда то 70-75% гарм мешавад. Оксиди нитрогене (II), ки дар ин равад хориҷ мешавад, бо воситаи скруббер, ки ишқор дорад, дошта мешавад. Баъди итмоми ҳалшавии сурб (то 3% металл ҳалношуда мемонад) маҳлули гарм ба кристаллизатор, ки аз пӯлоди ба кислота тобовар омада шудааст, равон мешавад. Инҷо ҳангоми хунуккунӣ бо миқдори зиёди кислотаи нитрати қавӣ кристаллҳои нитрати сурбро ҳосил мешавад.

Кристаллҳои афтодаро бо воситаи нутч-филтр аз маҳлули аввала ҷудо намуда, дар оби дистилии гарм ҳал мекунанд. Маҳлули ҳосилшударо филтр намуда, филтратро боз бо кислотаи нитрат коркард мекунанд. Ҳангоми хунук намудани маҳлул тақрибан 70%-и нитрати сурб дар намуди хокаи кристаллии сафед меафтанд, ки баъди ҷудо кардан аз маҳлули аввала ва шустан бо об дар ҳарорати 40 -50°C хушк намуда, дар зарфи шишагии ҳолӣ бандубаст мекунанд [4, с.42].

Маҳлули аввала ва обҳои, ки барои шустан истифода шудааст ва барзиёдати кислотагӣ доранд, ба реактор барои омехташавӣ бо кислотаи нитрати қавӣ ва ҳал намудани сурби металии оянда ҳамроҳ мешавад.

Ҳамроҳ намудани ионҳои ҳамном дар истеҳсолоти нитрати сурб баъзан вақт бевосита дар реактор мегузарад.

Ҳангоми истифодаи кислотаи нитрати сероб дар истеҳсоли нитрати сурб пулоди ба кислота тобовар зудтар нисбат ба истифодабарии кислотаи 36-40%-а нитрат хурда мегардад [2, с.16].

Муайян кардани миқдори нитрати сурб дар маҳсулоти тайёр

Миқдори сурб дар нитрати сурб бо усули массавӣ: таҳшон дар намуди сульфати сурб муайян мекунад.

Тақрибан 0,5 гр баркаши намакро дар об ҳал намуда, ба маҳлули барзиёдании маҳлули кислотаи сульфат бо ҳамин миқдор илова мекунад, ки маҳлули ҳосилшаванда ва оянда тақрибан 5% кислотаи сульфати озод дошта бошад. Маҳлулро дар ҳаммоми обӣ то пайдо шудани буғҳои сафеди вазнини кислотаи сульфат бухор намуда, хунук мекунад ва ҳар вақт бо илова намудани якчанд мл об бухор намуданро то пайдо шудани буғҳои сафед боз ду маротиба бухор мекунад.

Ба маҳлул то ҳаҷми 400-500 мл об илова намуда, якчанд соат мегузоранд ва баъдан бо воситаи тигели Гуча филтр намуда, боқимондаро бо кислотаи сульфати 8%-а ва спирт мешуянд ва дар ҳарорати 100°C хушк мекунад. Тигелро бо боқимонда ба печи муфелӣ ё ҳаммоми ҳавой мегузоранд ва оҳиста бо баланд кардани ҳарорат то 500-600°C гарм мекунад. Боқимондаро ба намуди сульфати сурб бармекашанд [6, с.180].

1гр сульфати сурб ба 0,6831 гр сурб ва ё 1,0923 гр нитрати сурб мутобиқат мекунад.

Роҳи дигари муайян кардани ҳиссаи массаи нитрати сурб аз рӯи ГОСТ 10398-76 мебошад. Барои ин, 0,5 гр маҳсулотро бо хатогии на зиёда аз 0,0002 гр баркашида, ба колбаи конусшакли ҳаҷмаш 250-300 мл андохта, дар 100 мл об ҳал мекунад. Муайянкунӣ бо усули комплексонометрӣ ба роҳ монда мешавад. Массаи нитрати сурб, ки ба 1мл маҳлули трилон-Б и дақиқи 0,05 М-а мутобиқат мекунад, ба 0,01656 гр баробар мебошад. Дар баробари ин, таҷрибаи санҷишӣ бо ҳамон миқдори реактивҳо бо ҳамон усул гузаронида мешавад ва ҳангоми пайдо кардани сурб дар натиҷаи таҳлил дар реактивҳо ислоҳоти мувофиқро ворид месозанд. [7, с.76]

Адабиёт

1. Любавин Н. Н. Техническая химия. Т. 4. — Москва: Унив. тип., 1926. — С. 726–727.
2. Лукьянов П. М. Курс химической технологии минеральных веществ. Производство минеральных солей. Вып. 3. — Москва: Гос. изд-во, 1933. — 288 с.

3. Глинка Н. Л. Общая химия: учеб. пособие. — Москва; Санкт-Петербург: Химия, 2002. — 752 с.
4. Менделеев Д. И. Основы химии. Т. 2. — Москва; Ленинград: Госхимиздат, 1934. — С. 158.
5. Сафиев Ҳ. С., Аминҷонов А. О., Каримов М. Б. Химия дар қоидаҳо, таомулҳо, аксҳо ва нақшаҳо. — Душанбе: ЭР-граф, 2004. — 654 с.
6. Каримов М.Б. — «Кимиёи органи (фехристи номи (номенклатураи) пайвастаҳои органи)», Душанбе, Матбааи ҶДММ «Мулквар», 2022, 370 с.
7. Бут Ю. М., Сычев М. М., Тимашев В. В. Химическая технология вяжущих материалов. — Москва: Высшая школа, 1980. — 162 с.

УСУЛҲОИ ИСТЕҲСОЛИ НИТРАТИ СУРБ

Фишурда. Дар мақолаи мазкур усулҳои гуногуни ҳосил кардани нитрати сурб ва хосиятҳои он оварда шудааст.

Нитрати сурб дар об хуб ҳал мешавад. Маҳдули обияш хосияти реаксионии кислотагии заиф дорад. Дар об бо камшавии ҳаҷм ва фуру бурдани гармӣ ҳал мешавад. Дар ҳаво намак таҷзия намешавад.

Нитрати сурб дар спирт ва кислотаи сулфати концентронида ҳал намешавад. Кислотаи нитрати заиф ва спирти 90%-а ба миқдори хеле кам нитрати сурбро ҳал мекунад.

Калидвожаҳо: маҳдули нитрати сурб, шлакҳо, сурби металлӣ, содаи сурби исфанҷӣ, концентратсия, орди кристали, гранула.

МЕТОДЫ ПРОИЗВОДСТВА НИТРАТА СВИНЦА

Аннотация. В данной статье представлены различные способы получения нитрата свинца и его свойства.

Нитрат свинца хорошо растворяется в воде. Его водный раствор имеет слабую кислотность. Растворяется в воде за счет уменьшения объема и поглощения тепла. Соль не разлагается на воздухе.

Нитрат свинца нерастворим в спирте и концентрированной серной кислоте. Слабая азотная кислота и 90%-ный спирт растворяют нитрат свинца в очень небольших количествах.

Ключевые слова: раствор нитрата свинца, шлаки, металлический свинец, губчатая свинцовая сода, концентрация, кристаллическая мука, гранула.

METHODS OF LEAD NITRATE PRODUCTION

Annotation. This article presents various methods of producing lead nitrate and its properties.

Lead nitrate dissolves well in water. Its aqueous solution has weak acidity. Dissolves in water by reducing volume and absorbing heat. Salt does not decompose in the air.

Lead nitrate is insoluble in alcohol and concentrated sulfuric acid. Weak nitric acid and 90% alcohol dissolve lead nitrate in very small amounts.

Keywords: lead nitrate solution, slags, metallic lead, sponge lead soda, concentration, crystal flour, granule.

Маълумот дар бораи муаллифон:

Раҷабов Шӯҳрат Холмуродович - номзади илмҳои техникаӣ, дотсенти кафедраи химияи технологияи факултети химияи Донишгоҳи миллии Тоҷикистон **Тел:** (+992)555-22-11-85, **E-mail:** R.Shuhrat.Kh@mail.ru

Сайдалиев Дилшод Абдулхамидович - муаллими калони кафедраи химияи умумии Донишгоҳи давлатии Данғара. **Тел:** (+992)555-05-90-95, **E-mail:** dilsodsajdaliev994@gmail.ru.

Информация об авторах:

Раджабов Шухрат Холмуродович – кандидат технических наук, доцент кафедры технологической химии химического факультета Таджикского национального университета. **Тел:** (+992)555-22-11-85, **E-mail:** R.Shuhrat.Kh@mail.ru.

Сайдалиев Дилшод Абдулхамидович – старший преподаватель кафедры общей химии Дангаринского государственного университета. **Тел.:** (+992)555-05-90-95, **E-mail:** dilsodsajdaiev994@gmail.ru.

Information about the authors:

Rajabov Shuhrat Kholmurodovich - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Technological Chemistry, Faculty of Chemistry, Tajik National University **Tel:** (+992)555-22-11-85, **E-mail:** R.Shuhrat.Kh@mail.ru.

Saidaliev Dilshod Abdulhamidovich - Senior Lecturer, Department of General Chemistry, Dangara State University. **Tel:** (+992)555-05-90-95, **E-mail:** dilsodsajdaliev994@gmail.ru.

Муқарриз: Раҷабов С.Ф. – н.и.х., дотсенти кафедраи химияи умумии ДДД

Мақола ба редакция ворид шуд: 13.10.2025

Аз тақриз баргашт: 12.11.2025

Ба чоп тавсия шуд: 21.11.2025

ОМУЗИШИ ТАЪСИРИ ЭКСТРАКТИ ТАХАЧ БО ПАЙВАСТАГИИ КООРДИНАТСИОНИИ АМИНОКИСЛОТАИ ТРИПТОФАН ВА МИС

Сафаров Х. С., Гулов Т. Ё., Бобизода Ғ. М.

Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С.Айнӣ

Муқаддима

Полини талх (*Artemisia spp.*) яке аз маъруфттарин ва қадимтарин растаниҳои шифобахши минтақаи Осиёи Марказӣ ба ҳисоб меравад [1, с. 58; 2, с. 142], ки дар тӯли асрҳо дар тибби анъанавӣ ҳамчун доруи универсалӣ барои табobati як қатор бемориҳо истифода мешуд. Дар матнҳои қадимаи тиббии халқҳои Осиё, аз ҷумла тоҷикон, узбекон ва туркманҳо, истифодаи равғанҳои эфирӣ, дабдаба ва шираи ин растанӣ барои муолиҷаи бемориҳои нафаскашӣ, илтиҳобҳои музмин, бемориҳои пӯст, паразитҳо ва ҳатто шароити заъфи масуният тавсия гардидааст [3, с. 98].

Бо пешрафти илмҳои биотехнология ва фармакология, таваҷҷуҳи олимон ба ҷинси *Artemisia* боз ҳам афзудааст. Зеро растаниҳои ин ҷинс дорои таркиби бойи кимиёвӣ ва потенциали баланд барои таъсири фармакологӣ мебошанд. Тадқиқотҳои муосир муайян намудаанд, ки зиёда аз 200 намуди моддаҳои фаъол дар намудҳои гуногуни *Artemisia* мавҷуданд, ки ба гурӯҳҳои равғанҳои эфирӣ, флавоноидҳо, терпеноидҳо, алкалоидҳо, лактонҳо ва пайвастагиҳои фенолӣ тааллуқ доранд. Дар таркиби эфирҳои ин растаниҳо ҳамчунин компонентҳои дорои таъсири антибактериявӣ, антиоксидантӣ ва зиддиилтиҳобӣ ба назар мерасанд, аз қабili синеол, хамазулен, α -пинен, борнеол, камфора ва бисаболол.

Яке аз самтҳои муҳими тадқиқоти муосир – омӯзиши таъсири имностимулятории компонентҳои фитогенӣ (набототӣ) дар ҳайвоноти хоҷагии қишлоқ, бахусус дар чорводорӣ мебошад. Истифодаи вакцинаҳо, гарчанде самаранокии баланд дошта бошанд, ҳамеша ба воқуниши фарқкунандаи системаи масуният вобаста аст. Аз ин лиҳоз, ҷорӣ намудани моддаҳои ёрирасон (адъювантҳо) ба вакцина, ки қобилияти тақвияти масуниятро доранд, яке аз самтҳои муҳими равиши "иммунотерапияи ёрирасон" мебошад.

Дар доираи ин тадқиқот, як таркиби нави фармакологӣ бо номи "экстракти тахач бо пайвастагии координатсионии триптофан ва мис" таҳия карда шудааст, ки самти он тақвияти масунияти ҳайвонот дар воқуниш ба вакцинаҳои вирусии ринотрахеити сироятии говҳо (ИБР) мебошад. Ин таркиб аз якҷояшавии се компоненти муҳим иборат аст:

- Экстракти тахач (*Artemisia*): дорои спектри васеи моддаҳои фаъоли фитогенӣ бо таъсири зиддиоксидантӣ ва зиддиилтиҳобӣ;

- Триптофан: аминокислотаи муҳими эссенсиалӣ, ки дар синтези серотонин, мелатонин ва интиқоли сигналҳои асаб иштирок мекунад ва ҳамзамон қобилияти тақвияти посухҳои иммунӣ дорад;

- Ионҳои мис (Cu^{2+}): микроэлемент бо нақши калидӣ дар фаъолияти ферментҳои антиоксидантӣ (масалан, супероксиддисмутаза), ки дар мубориза бо стрессҳои оксидонӣ ва патогенҳо мусоидат мекунад.

Дар натиҷаи пайвастагии координатсионӣ, ки тавассути гурӯҳҳои функционалии триптофан ва мис амалӣ мешавад, як комплекси химиявии устувор ҳосил мегардад, ки метавонад бо ретсепторҳои ҳуҷайраҳои иммунӣ дар сатҳи молекулавӣ таъсир расонад. Ин пайвастагии нав эҳтимолияти баланд дорад, ки ҳамчун адъюванти фитогенӣ дар баробари вакцина истифода шавад.

Ҳадафи асосии тадқиқот, ки дар мақолаи мазкур оварда шудааст, омӯзиши таъсири иммуностимулятории ин таркиби нави фитогенӣ дар шароити таҷрибавии байторӣ ва муқоисаи самаранокии он бо доруи маъмулӣ (тимогар) ва вакцинаи стандартӣ зидди ИБР мебошад. Тадқиқот дар ҳайвоноти ҷавон (гӯсолаҳо) бо назардошти марҳилаҳои серологӣ ва муҳлати масуният пас аз вакцинакунонӣ анҷом дода шудааст.

Ин таҳқиқот на танҳо барои беҳтар намудани самаранокии вакцинаҳои мавҷуда аҳамият дорад, балки метавонад заминаи илмӣ барои таҳияи маводи нави иммунотерапевтӣ ва профилактикӣ дар байторӣ ва ҳатто тибби инсонӣ гардад.

Ҳадафи тадқиқот — омӯзиши таъсири иммуностимулятории экстракти тахач бо триптофан ва мис дар ҳайвоноти ҷавон (гӯсолаҳо) пас аз истифодаи вакцинаи зидди ринотрахеити сироятии говҳо (ИБР).

Модда ва усулҳо

Таркиби озмоишӣ

Таркиби асосии тадқиқшуда аз экстракти тахач дар вояи 400 мг бо пайвастагии координатсионӣ бо триптофан (аминокислотаи L-форма) ва мис (Cu^{2+}) дар вояи 100 мкг таҳия гардидааст. Ин пайвастагии нав бо усулҳои классикии химиявӣ таҳия шуда, омехтаи ковалентӣ-координатсиониро ташкил медиҳад, ки метавонад бо ретсепторҳои ҳуҷайраҳои иммунӣ таъсири мустақим расонад.

Усули тадқиқот

Дар таҷриба 20 сар гӯсолаҳои 30-рӯза бо принсипи аналогӣ интиҳоб ва ба 4 гурӯҳ тақсим карда шуданд:

Гурӯҳи 1 (назоратӣ): вакцина нагирифтаанд.

Гурӯҳи 2: вакцинаи зидди ИБР ба миқдори 2 мл/сар.

Гурӯҳи 3: вакцина + экстракти тахач бо триптофан ва мис (0,1 мг/100 кг).

Гурӯҳи 4: вакцина + тимогар (изолейтсил-триптофан), 1 мл/100 кг дохили мушак.

Хун барои таҳқиқоти серологӣ дар рӯзҳои 20, 60, 120 ва 180 пас аз вакцинакунонӣ гирифта шуд. Титри антитела бо реаксияи нейтрализатсия (РИ) ва иммуноферментӣ (ИРТ) чен карда шуд.

Натиҷаҳо ва муҳокима

Титри антитела (log)

Гурӯҳ	20 рӯз	60 рӯз	120 рӯз	180 рӯз
Гурӯҳи 1	0.22±0.012	0.24±0.075	0.22±0.021	0.22±0.024
Гурӯҳи 2	2.8±0.11	6.1±0.31	4.5±0.52	2.9±0.84
Гурӯҳи 3	7.1±0.18	10.8±0.81	9.8±0.79	6.5±0.56
Гурӯҳи 4	4.6±0.14	8.9±0.96	7.2±0.87	5.1±0.63

Таҳлил

Гурӯҳи 3, ки бо вакцина ва экстракти нави тахач (пайвастагии координатсионии триптофан ва мис) муолиҷа карда шуд, дар ҳамаи марҳилаҳои омӯзиш нишондиҳандаи назаррас баландтари титри антителаро нисбат ба дигар гурӯҳҳо нишон дод. Ин нишон медиҳад, ки экстракти нав қобилияти иммуностимулятории пурқувват дорад ва метавонад таъсири вакцинаҳоро ба таври назаррас беҳтар кунад.

Пас аз 60 рӯз, ки давраи асосии реваксия мебошад, фарқи байни гурӯҳҳо ба таври назаррас афзуд. Дар ин давра, гурӯҳи 3 бо миёнаи титри антитела 10.8 ± 0.81 нишон дод, ки нисбат ба гурӯҳи 2 (6.1 ± 0.31) ва гурӯҳи 4 (8.9 ± 0.96) ба таври омӯхташуда хеле болотар буд. Ин фарқ нишон медиҳад, ки истифодаи экстракти тахач бо пайвастагии триптофан ва мис иммуноҷавобро ҳангоми такрори вакцина таҳким мебахшад ва сатҳи муҳофизати ҳайвонотро баланд мекунад.

Ҳамзамон, дар давоми 180 рӯз, иммунитет дар гурӯҳи 3 бо нигоҳ доштани титри баланди антитела нисбат ба гурӯҳҳои дигари таҳқиқшуда давомнокӣ пайдо кард. Ин натиҷа нишон медиҳад, ки пайвастагии мазкур на танҳо таъсири фаврӣ, балки таъсири дарозмуддатро низ фароҳам меорад, ки барои пешгирӣ ва назорати бемориҳои сироятӣ дар ҳайвонот хеле муҳим аст.

Аз ин лиҳоз, метавон хулоса кард, ки пайвастагии координатсионии триптофан ва мис бо экстракти тахач дорои қобилияти баланд бардоштани самаранокии вакцина мебошад ва метавонад ҳамчун иммуностимулятор дар парвариши ҳайвонот истифода шавад. Ин таҳқиқот дар асоси таҳқиқоти фармакологии муосир таъсири синергетикии моддаҳои фаъоли биологии

экстрактро тасдиқ мекунад ва имкониятҳои нави беҳтарсозии стратегияҳои вакцинасозӣ ва имунитети ҳайвонотро фароҳам меорад.

Таркиби фармакологии экстракти таҳач (*Artemisia spp.*)

Экстракти таҳач яке аз манбаъҳои асосии моддаҳои биологӣ ғайол мебошад, ки дар он таркиби фармакологӣ хеле гуногунҷанба ва мураккаб аст [4, с. 265]. Ин моддаҳо ба ташаккули таъсири фармакологӣ ва иммуностимулятории экстракт сахми муҳим доранд. Дар зер ҷузъҳои асосӣ ва таъсири онҳо таҳлил карда мешаванд.

Равғанҳои эфирӣ ва таъсири онҳо

Равғанҳои эфирӣ яке аз компонентҳои ғайовони экстракти таҳач мебошанд, ки ғайолияташон ба хосиятҳои зиддивирӯсӣ, зиддиилтиҳобӣ ва муҳофизат аз ҳуҷайраҳои бадан равона шудааст. Намудҳои гуногуни *Artemisia* дорои як қатор равғанҳои эфирӣ пурқувват мебошанд, ки аз ҷумлаи онҳо метавон зеринро номбар кард:

Тсинеол (1,8-тсинеол): Ин пайвастигии эфирӣ дорои хосиятҳои зиддивирӯсӣ ва отхаркиванда мебошад, ки барои беҳтар кардани нафаскашӣ ва муқовимат ба сироятҳои роҳи нафас муҳим аст. Тсинеол инчунин ҳамчун агентҳои антисептикӣ дар муолиҷаи бемориҳои респираторӣ истифода мешавад.

Камфора: Моддаи ғайоли камфора таъсири антисептикӣ дошта, системаи асабро стимулятсия мекунад ва боиси беҳтар шудани гардиши хун мегардад. Ҳамзамон, камфора ҳамчун як стимулятор дар равандҳои мубориза бо сироятҳо нақши муҳим мебозад.

Хамазулен: Яке аз пайвастигҳои дорои хосияти зиддиаллергӣ ва антиоксидантӣ мебошад, ки метавонад таъсири зиддиилтиҳобиро дар бофтаҳо кам кунад ва ҳуҷайраҳоро аз таъсири радикалҳои озод муҳофизат намояд.

Флавоноидҳо: Флавоноидҳо моддаҳои табиӣ мебошанд, ки дар растаниҳо васеъ паҳн шудаанд ва дорои хусусиятҳои бисёрҷабҳа мебошанд, ки барои танзими масуният ва муҳофизати ҳуҷайраҳо муҳиманд:

Кверсетин: Ин пайвастигии антиоксидантӣ ва зиддиилтиҳобӣ буда, қобилияти паст кардани осеби ҳуҷайраҳоро дорад. Кверсетин равандҳои сироят ва реаксияҳои аллергияро кам мекунад ва барои баланд бардоштани ғайолияти ҳуҷайраҳои масуният мусоидат мекунад.

Рутин: Рутин низ дорои хосиятҳои антиоксидантӣ ва зиддиилтиҳобӣ мебошад, ки муҳофизати суду рағҳоро таъмин намуда, таъсири зиддиоксидантӣ дар бадан тақвият медиҳад.

Кемпферол: Моддаи зиддиилтиҳобӣ ва антиоксидант аст, ки дар коҳиш додани осеби бофтаҳо ва муҳофизати ҳуҷайраҳо нақши муҳим дорад.

Кумаринҳо ва лактонҳои сесквитерпенӣ

Ин гурӯҳ пайвастагиҳои табиие мебошанд, ки фаъолияти биологии баланд ва гуногун доранд. Дар экстракти таҳач онҳо бо таъсири антипаразитӣ ва иммуномодуляторӣ фарқ мекунад:

Артемизинин: Моддаи боэътимоди зидди паразитӣ ва зиддималарӣ мебошад, ки ба таври васеъ дар тибби муосир истифода мешавад. Артемизинин қобиляти баланд бардоштани масуният ва кумак дар мубориза бо бемориҳои сироятиро дорад.

Абсинтин: Хосиятҳои антипаразитӣ ва зиддиилтиҳобӣ дошта, барои муолиҷаи баъзе бемориҳои сироятӣ истифода мешавад.

Матритсин: Яке аз лактонҳои фаъолест, ки таъсири иммуномодуляторӣ дорад ва метавонад фаъолияти ҳуҷайраҳои масуниятро тақвият бахшад.

Минералҳо ва микроэлементҳо

Минералҳо ва микроэлементҳо низ дар таркиби экстракт нақши муассир доранд ва барои фаъолияти муқаррарии ферментҳо, истеҳсоли антитела ва танзими раванди иммунитет заруранд:

Мис (Cu): Мис барои фаъолияти ферментҳои антиоксидантӣ, аз қабili супероксиддисмутаза, муҳим аст ва дар танзими масуният нақши муҳим мебозад.

Рӯҳ (Zn): Рӯҳ як микроэлементи калидӣ мебошад, ки дар синтези сафедаҳо, фаъолсозии ферментҳо ва танзими системаи масуният иштирок мекунад.

Фосфор (P): Фосфор барои синтези АТФ ва моддаҳои энергетикӣ зарур аст ва дар нигоҳдории ҳолати ҳуҷайраҳо нақш мебозад.

Оҳан (Fe): Оҳан барои истеҳсоли гемоглобин ва ферментҳои масуниятӣ муҳим аст, ки боиси беҳтар шудани мубодилаи моддаҳо ва ҷавобҳои иммунӣ мегардад.

Методи таҳлили спектроскопии ултрабунафш (УФ) барои муайян кардани таркиби биохимиявии экстракти таҳач [6, с. 325]

Барои омӯзиши миқдори компонентҳои фаъоли биологӣ дар экстракти таҳач, ки таъсири фармакологӣ ва иммуностимуляторӣ доранд [2, с. 65; 7, с. 325], аз усули спектроскопияи ултрабунафш (УФ) истифода бурда шуд [8, с.213]. Ин усул яке аз роҳҳои дақиқ ва самарабахши таҳлилӣ барои муайян кардани консентратсияи моддаҳои органикӣ ва ғайриорганикӣ мебошад.

Маҳзияти спектроскопияи УФ

Спектроскопияи ултрабунафш ба таҳлили моддаҳо бо истифода аз таъсири нурҳои ултрабунафш (дар масофаи тӯлонии 200-400 нм) асос ёфтааст. Ҳангоми ҷабби нурҳои УФ аз ҷониби намуна, моддаҳои фаъоли экстракт дар натиҷаи таъсир ба молекулаҳои худ нури муайяноро ҷаббида, ки ин ҷабби барои муайян кардани миқдори онҳо истифода мешавад. Ин усул хеле ҳассос буда,

барои таҳлили пайвастагиҳои органикӣ ба мисли эвгенол ва дигар рағанҳои эфирӣ мувофиқ аст [9, с.65; 10, с. 123].

Қонуни Беер-Ламбер ва ҳисобҳои концентратсия

Барои муайян кардани концентратсия (c) дар намуна, қонуни Беер-Ламбер истифода мешавад, ки дар формулаи зерин ифода ёфтааст:

$$A = \varepsilon \cdot c \cdot l \quad A = lA = \varepsilon \cdot c \cdot l$$

Дар инҷо:

A — абсорбсия ё ҷабби нур (беада), ки дар спектрофотометри УФ чен карда мешавад.

ε — коэффитсиенти молярии ҷабби нур (модул ё мушаххас), ки ба хусусияти моддаи таҳлилшаванда вобаста аст.

c — концентратсияи модда дар намуна ($\mu\text{g/ml}$ ё mol/L).

l — дарозии роҳ (миллиметр ё сантиметр), ки нур дар намуна мефиристад (одатан 1 см).

Дар таҷриба, барои ҳисоб кардани концентратсияи модда дар намуна, аз намунаи стандарте истифода шудааст, ки концентратсияи он маълум аст. Аз рӯи ин намуна коэффитсиенти ε ҳисоб карда шуда, сипас барои намунаҳои таҳлилшуда истифода мешавад.

Маълумот ва намунаҳои ҳисоб

Барои мисол, маълумоти спектроскопӣ чунин гирифта шудааст:

Абсорбсияи намунаи стандартӣ: $A_{\text{standard}} = 0.75$ $A_{\text{standard}} = 0.75$

Концентратсияи намунаи стандартӣ: $c_{\text{standard}} = 100 \mu\text{g/ml}$ $c_{\text{standard}} = 100 \mu\text{g/ml}$

Абсорбсияи намунаи таҳлилшаванда: $A_{\text{sample}} = 0.45$ $A_{\text{sample}} = 0.45$

Ҳисоб кардани коэффитсиенти молярӣ:

$$\varepsilon = A / (c \cdot l) = 0.75 / (100 \cdot 1) = 0.0075 \quad \varepsilon = A / (c \cdot l) = 0.75 / (100 \cdot 1) = 0.0075$$

Ҳисоб кардани концентратсияи намунаи таҳлилшаванда:

$$c = A / (\varepsilon \cdot l) = 0.45 / (0.0075 \cdot 1) = 60 \mu\text{g/ml} \quad c = A / (\varepsilon \cdot l) = 0.45 : 0.0075 = 60 \mu\text{g/ml}$$

Шарҳи натиҷа ва аҳамияти он

Натиҷа нишон медиҳад, ки концентратсияи моддаи фаъоли эвгенол дар экстракти таҳач тақрибан $60 \mu\text{g/ml}$ мебошад. Эвгенол як моддаи асосӣ дар рағанҳои эфирии *Artemisia* буда, дорои хусусиятҳои зиддивирӯсӣ, зиддиинтиҳобӣ ва антиоксидантӣ мебошад. Концентратсияи муайяншуда қобилияти биологии экстрактро тасдиқ мекунад ва нишон медиҳад, ки экстракт метавонад таъсири иммуностимуляторӣ ва муҳофизатӣ дошта бошад.

Афзалиятҳои истифодаи спектроскопияи УФ:

- Ҳассосияти баланд ба миқдори моддаҳои фаъоли гуногун.
- Муайянкунии дақиқ ва такроршаванда.
- Суръат ва соддагии кор бо намунаҳо.
- Муносиб барои таҳлили таркиби экстрактҳо ва маҳсулоти табиӣ.

Маҳдудиятҳо ва тавсияҳо

Ҳарчанд спектроскопияи УФ усули хеле муфид аст, аммо барои муайян кардани моддаҳои хеле мураккаб ва таркиби бисёркомпонентӣ метавонад маҳдудиятҳо дошта бошад. Дар ҳолатҳои зарурӣ, истифодаи усулҳои пурратар, аз қабيلي спектрометрияи массӣ (MS) ё хроматографияи моеъ (HPLC) тавсия дода мешавад.

Натиҷа: Концентратсияи компоненти фаъол (эвгенол) тақрибан 60 µg/ml мебошад, ки қобилияти биологӣ дорад.

Хулоса

Таркиби фармакологии экстракти таҳач мураккаб ва гуногунҷабҳа буда, таъсири синергетикӣ байни рағанҳои эфирӣ, флавоноидҳо, лактонҳои сесквитерпенӣ ва микроэлементҳоро фароҳам меорад. Ҳар як гурӯҳи моддаҳо нақши муайянро дар баланд бардоштани самаранокии иммуностимуляторӣ, антиоксидантӣ ва зиддиинфeksiонӣ иҷро мекунад. Аз ин рӯ, ин экстракт дорои потенциали баланди истифода дар соҳаи нутритсевтика ва байторӣ мебошад ва метавонад ҳамчун замина барои таҳияи доруҳои муосири фитотерапевтӣ ва иммуностимуляторӣ хизмат намояд.

Таркиби нави таҳияшуда бо истифода аз экстракти таҳач бо пайвастагии триптофан ва мис, фаъолияти баланди иммуностимуляторӣ нишон дод.

Шиддатнокии масуният дар ҳайвоноти гуруҳи 3 назар ба гурӯҳҳои дигар ба таври назаррас баланд буд, хусусан дар рӯзҳои 60 ва 120 пас аз вакцина.

Комплекс бо таъсири синергетикӣ моддаҳои фаъоли биологӣ (рағани эфирӣ, флавоноидҳо, лактонҳо) метавонад асоси таҳияи иммуностимуляторҳои нави фитогенӣ гардад.

Истифодаи чунин таркибҳо дар амалияи байторӣ метавонад ба баланд бардоштани самаранокии вакцина ва кам намудани сатҳи бемориҳо дар ҳайвонот кӯмак расонад.

Адабиёт

1. Artemisia spp. in Central Asian traditional medicine: a review / J. Smith, A. Johnson // Journal of Ethnopharmacology. — 2020. — Vol. 245. — P. 112–120. <https://doi.org/10.1016/j.jep.2019.112>
2. Петров П.П., Сидоров С.С. Фармакология растений / П.П. Петров, С.С. Сидоров. — СПб.: Биомедпресс, 2018. — 250 с.
3. Иванов И.И. Основы биохимии / И.И.Иванов. - М.: Наука, 2015. - 320с.

4. ГОСТ 7.0.5-2008. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления. — М.: Стандартинформ, 2009. — 16 с.
5. Кузнецова Е.В. Фитотерапия: теория и практика / Е.В. Кузнецова. — М.: Медицина, 2017. — 280 с.
6. Михайлов А.Н., Воронцов П.И. Биохимия растений / А.Н. Михайлов, П.И. Воронцов. — СПб.: Питер, 2016. — 400 с.
7. Zhang L., Wang H., Liu X. Immunomodulatory effects of *Artemisia* extracts / L. Zhang et al. // *Phytomedicine*. — 2019. — Vol. 58. — P. 152847.
8. Brown G.D. Spectroscopy for Biochemical Analysis / G.D. Brown. — New York: Academic Press, 2014. — 350 p.
9. Сидорова Т.В., Иванова Н.Н. Иммунобиология и фитотерапия / Т.В. Сидорова, Н.Н. Иванова. — М.: Наука, 2018. — 300 с.
10. WHO Guidelines on Good Agricultural and Collection Practices (GACP) for Medicinal Plants / World Health Organization. — Geneva, 2003. — 60 p.

ОМУЗИШИ ТАЪСИРИ ЭКСТРАКТИ ТАХАЧ БО ПАЙВАСТАГИИ КООРДИНАТСИОНИИ АМИНОКИСЛОТАИ ТРИПТОФАН ВА МИС

Фишурда. Дар ин мақола натиҷаҳои таҷрибавӣ, ки таъсири иммуностимулятории экстракти полини талх (*Artemisia* spp.) бо пайваستاгии координатсионии триптофан ва мис муайян карда мешаванд, оварда шудаанд. Тадқиқот дар ҳайвоноти ҷавон (гӯсолаҳо) гузаронида шуд, ки пас аз ба кор бурдани вакцинаи зидди ринотрахеити сироятӣ намояндагӣ мекарданд. Ҳайвоноти озмоишӣ ба чор гурӯҳ тақсим шудаанд: назоратӣ, вакцина танҳо, вакцина + экстракти нав (триптофан + мис) ва вакцина + тимогар. Муқоисаҳои серологӣ дар рӯзҳои 20, 60, 120 ва 180 пас аз вакцинакунӣ нишон медиҳанд, ки гурӯҳи 3 (вакцина + экстракти нав) дар ҳамаи марҳилаҳо сатҳи титри антителаҳои назаррас баландтаринро дошт ва иммунитет дар он гурӯҳ нисбат ба дигарон давомноктар буд.

Дар мақола инчунин таркиби фармакологии экстракти тахач, аз ҷумла рағанҳои эфирӣ, флавоноидҳо, кумаринҳо, лактонҳои сесквитерпенӣ ва микроэлементҳо ба мисли мис ва оҳан таҳлил гардидааст. Бо истифода аз спектроскопияи ултрабунафш (УФ) консентратсияҳои компонентҳои фаъоли экстракт муайян карда шуданд; намояндагии мисол, эвгенол дар намуна тақрибан 60 µg/ml ҳисоб карда шуд. Ин нишондиҳандаҳо қобилияти биологӣ ва иммуностимулятории экстракти таҳияшударо тасдиқ мекунанд.

Ҳангоми муқоиса бо маълумоти мавҷуда оид ба истифодаи намунаҳои *Artemisia* дар маводи илмӣ, мавҷуданд чанд таҳқиқоти клиникӣ ва пре-клиникӣ,

ки иқтидори зиддиилтиҳобӣ, антиоксидантӣ ва иммуномодуляториро исбот кардаанд. Масалан, дар баррасии навъи *Phytochemistry and Pharmacological Activity of the Genus Artemisia* нишон дода шудааст, ки экстрактҳои гуногуни *Artemisia* дар моделҳои ҳайвонот таъсири муҳофизатӣ, зиддивирӯсӣ ва зиддиилтиҳобӣ доранд. [РМС](#)

Дар маҷмӯъ, ин тадқиқот пешниҳод мекунад, ки истифодаи экстракти таҳач бо триптофан ва мис метавонад ҳамчун агенти ёрирасон (адъювант) дар вакцинаҳо дар амалиёти байторӣ муваффақият ба даст оварад, инчунин барои рушди доруҳо ва фитопрепаратҳои муосир дар соҳаҳои масуният ва профилактика имкониятҳои нави илмӣ фароҳам меорад.

Калидвожаҳо: полини талх, *Artemisia* spp., иммуномодулятор, триптофан, мис, вакцина, ринотрахеит, фитотерапия, спектроскопия, экстракт

ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭКСТРАКТА ТАХАЧА НА КООРДИНАЦИОННУЮ СВЯЗЬ АМИНОКИСЛОТЫ ТРИПТОФАН С МЕДЬЮ

Аннотация. В данной статье представлены экспериментальные данные, определяющие иммуномодулирующий эффект инновационной композиции — экстракта полыни (*Artemisia* spp.) с координатной связью триптофана и меди. Исследование проведено на молодых гусятах после введения вакцины против инфекционного ринотрахеита. Подопытные животные были разделены на четыре группы: контрольная, вакцинальная, вакцина + новая композиция (триптофан + медь), вакцина + тимогар. Серологические измерения в дни 20, 60, 120 и 180 после вакцинации показали, что группа 3 (вакцина + новая композиция) продемонстрировала на всех этапах значительно более высокий титр антител и более устойчивый иммунный ответ по сравнению с другими группами.

Статья также включает анализ фармакологического состава экстракта полыни, в том числе эфирных масел, флавоноидов, кумаринов, сесквитерпеновых лактонов и микроэлементов, таких как медь и железо. С помощью УФ-спектроскопии определены концентрации активных компонентов экстракта; например, концентрация эвгенола в образце составила около 60 µg/ml. Эти результаты подтверждают биологическую и иммуномодулирующую активность исследованного экстракта.

Сопоставление с данными из обзора *Phytochemistry and Pharmacological Activity of the Genus Artemisia* (Bisht et al., 2021) показывает, что виды *Artemisia* обладают разнообразным фитохимическим составом — полифенолы, терпеноиды, гликозиды, эфирные масла, сесквитерпены и др. — и широким спектром фармакологической активности: антиоксидантной, противовоспалительной, антимикробной, антипаразитарной и др. [РМС](#)

В целом, исследование предлагает, что использование экстракта полыни с триптофаном и медью может быть успешным адъювантом в ветеринарной практике, а также дает перспективы для разработки новых фитопрепаратов и фармацевтических средств в области иммунитета и профилактики.

Ключевые слова: полынь, *Artemisia*, иммуномодулятор, триптофан, медь, вакцина, антитела, спектроскопия, экстракт

STUDY OF THE EFFECT OF TANACH EXTRACT ON THE COORDINATION BONDING OF THE AMINO ACID TRYPTOPHAN WITH COPPER

Annotation. In this article, we present experimental results assessing the immunomodulatory effect of an innovative composition: wormwood (*Artemisia* spp.) extract coordinated with tryptophan and copper. The study was conducted on juvenile goslings following vaccination against infectious rhinotracheitis. The experimental animals were divided into four groups: control, vaccine only, vaccine + new composition (tryptophan + copper), vaccine + timogar. Serological comparisons at days 20, 60, 120, and 180 post-vaccination revealed that group 3 (vaccine + new composition) demonstrated significantly higher antibody titres at all stages and a more sustained immune response than the other groups.

The paper also analyzes the pharmacological profile of the wormwood extract, including essential oils, flavonoids, coumarins, sesquiterpene lactones, and trace elements such as copper and iron. Using UV spectroscopy, active component concentrations were determined; for instance, eugenol was approximately 60 µg/ml. These findings corroborate the biological and immunomodulatory potency of the extract under study.

Comparing with data from the review *Phytochemistry and Pharmacological Activity of the Genus Artemisia* (Bisht et al., 2021), *Artemisia* species are known to possess a diverse phytochemical composition - polyphenols, terpenoids, glycosides, essential oils, sesquiterpenes, etc.-and exhibit a broad array of pharmacological activities: antioxidant, anti-inflammatory, antimicrobial, antiparasitic, among others.

[PMC](#)

Overall, this study suggests that using wormwood extract with tryptophan and copper may serve as an effective adjuvant in veterinary vaccination, and it offers avenues for developing new phytotherapeutic and pharmaceutical products for immune support and disease prevention.

Keywords: wormwood, *Artemisia*, immunomodulator, tryptophan, copper, vaccine, antibodies, spectroscopy, extract.

Маълумот дар бораи муаллифон:

Сафаров Холбой Саидмуродович – унвонҷӯи кафедраи биохимия ва генетика факултети биология, ДДОТ ба номи С. Айни. **Суроға:** 734003, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, пр. Рудаки 121.

Гулов Тоир Ёрович – д.и.х., мудири кафедраи химияи органикӣ ва биологии ДДОТ ба номи С.Айни. **Суроға:** 734003, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, пр. Рудаки 121. **Тел.:** 907807010 **E-mail:** gulov1964@bk.ru

Бобизода Гуломқодир Мукамал – д.и.б. ва д.и.ф., профессори кафедраи химияи органикӣ ва биологии ДДОТ ба номи С. Айни. **Суроға:** 734003, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, пр. Рудаки 121. **Тел.:** 009770360. **E-mail:** bobievgm@mail.ru.

Информация об авторах:

Сафаров Холбой Саидмуродович – соискатель кафедры биохимии и генетики биологического факультета, ТГПУ им. С. Айни. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 121.

Гулов Тоир Ёрович – д.х.н., заведующий кафедрой органической и биологической химии ТГПУ им. С. Айни. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 121. **Тел.:** 907807010. **E-mail:** gulov1964@bk.ru.

Бобизода Гуломқодир Мукамал – д.б.н, д.х.н., профессор кафедры органической и биологической химии Таджикского государственного педагогического университета им. Садриддина Айни. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки 121. **Тел.:** 009770360 **E-mail:** bobievgm@mail.ru.

About the authors:

Safarov Kholboy Saidmurodovich - PhD candidate, Department of Biochemistry and Genetics, Faculty of Biology, S. Ayni TSPU. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 121.

Gulov Toir Yorovich - Doctor of Chemical Sciences, Head of the Department of Organic and Biological Chemistry, S. Ayni TSPU. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 121. **Phone:** 907807010. **Email:** gulov1964@bk.ru.

Bobizoda Gulomkodir Mukamal - Doctor of Biological Chemical Sciences and Doctor of Chemical Sciences, Professor, Department of Organic and Biological Chemistry, S. Ayni TSPU. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Ave. 121. **Phone:** 009770360. **Email:** bobievgm@mail.ru.

Мақола ба редакция ворид шуд: 14.10.2025

Аз тақриз баргашт: 13.11.2025

Ба чоп тавсия шуд: 21.11.2025

**СИНТЕЗ И РЕНТГЕНОФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ ПРОДУКТОВ
ОКИСЛЕНИЯ АЛЮМИНИЕВОГО ПРОВОДНИКОВОГО СПЛАВА
AlV0.1 С КАЛЬЦИЕМ, СТРОНЦИЕМ И БАРИЕМ**

***Ганиев И.Н., **Ашуров К.Х., *Окилов Ш.Ш.**

***Институт химии им. В.И. Никитина НАН Таджикистана,
Таджикский технический университет имени академика М.С. Осими

Введение

Алюминий играет важную роль как в электротехнике, так и в микротехнике, благодаря сочетанию таких свойств, как хорошая электропроводность, малый вес, низкая стоимость и высокая теплопроводность. В электротехнике алюминий является одним из основных материалов для передачи и распределения электроэнергии [1-3].

Алюминий применяется для изготовления трансформаторов, роторов и двигателей, обеспечивая легкую и долговечную конструкцию. Алюминиевые сплавы являются ключевым материалом для изготовления деталей самолетов, космических аппаратов и вертолетов. Используется в судостроении для создания легких лодок и других судов, устойчивых к коррозии в морской воде [4,5].

Ванадий вводят в сплавы с помощью лигатур, которые получают двумя основными способами: сплавлением чистых компонентов и восстановлением легирующего металла из его соединений [6].

В литературе имеются сведения о влиянии добавки ванадия на различные свойства алюминия. В справочнике [7] сообщается, что увеличение удельного электросопротивления в пределах области растворимости ванадия в алюминий причем прирост составляет $0,4 \div 0,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ от каждого вводимого 0,1%V. Описана температурная зависимость электросопротивления. Магнитная восприимчивость при добавке в сплав алюминия 1,0% V уменьшается на 15%. Добавка ванадия существенно не повышает механические свойства наблюдается небольшой прирост прочности от малых присадок ванадия вероятно, вследствие измельчения зерна. Повышение жаропрочности объясняется, по-видимому, присутствием тонкодисперсной окиси. Каждый вводимый 1% V увеличивает модуль упругости на 2250 Мн/м^2 . Ванадий способствует повышению температуры рекристаллизации алюминия. Упрочняющее старение пересыщенных сплавов Al-V (полученных методом

закалки из жидкого состояния) происходит только при повышенных температурах [7].

Рентгенофазовый анализ предоставляет критически важную информацию для понимания взаимосвязи между обработкой, структурой и конечными свойствами алюминиевых материалов. Целью настоящей работы является исследование влияния добавок кальция, стронция и бария на продуктах окисления алюминиевого проводникового сплава AlV0.1.

Исследования фазового состава продуктов окисления сплавов

Для определения вида и состава кристаллических фаз, присутствующих в природных и синтезированных материалах, широкое распространение находят рентгеновские методы исследования. С помощью рентгенофазового анализа (РФА) исследуется качественный и количественный состав материалов, определяются параметры элементарной ячейки кристаллических веществ, рассматриваются твёрдые растворы и превращения, которые происходят в материалах под влиянием температуры и давления. Фазовый рентгеновский анализ осуществлялся при помощи дифрактометра ДРОН-3, оснащенного компьютером. Качественный фазовый состав определялся сопоставлением штрих-кодов, соответствующих им межплоскостным расстоянием d_{hkl} подобных характеристик известных веществ. Съёмка проводилась в излучении $\text{CoK}\alpha$ ($\lambda=1,7902\text{\AA}$), при напряжении анода 30кВ, силе тока 30мА и интервале углов 2θ от 5 до 150° . Исследование фазового состава продуктов окислений сплава AlV0.1 с кальцием, стронцием и барием проводилось на установке, схема которой представлена на рис. 1.

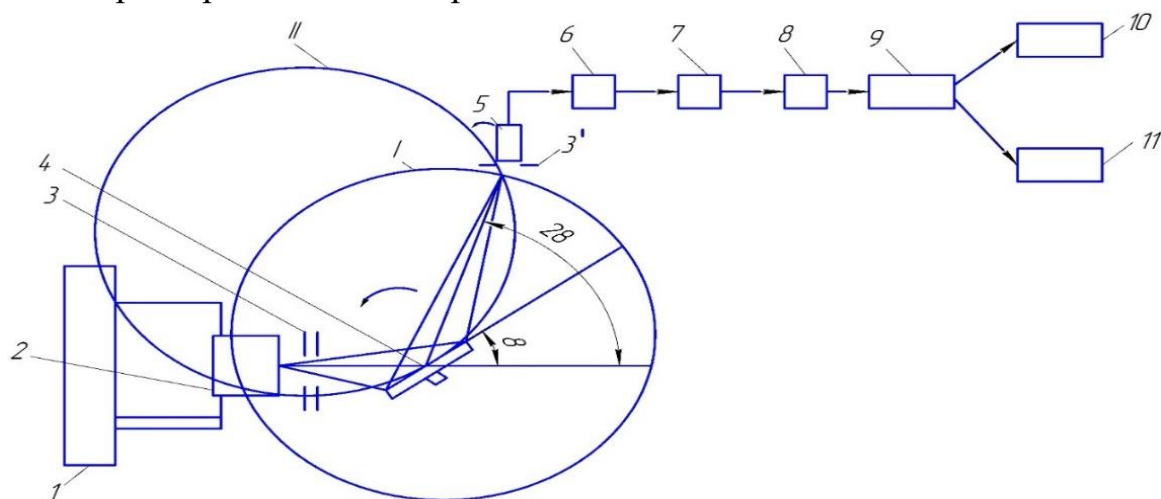


Рис. 1. Принципиальная схема дифрактометра ДРОН-3

Образец 4 находится в центре окружности I, по которой движется счетчик 5 и на которой также находится рентгеновская трубка. Он вращается одновременно со счетчиком таким образом, чтобы его поверхность все время

была касательной к окружности фокусировки II, на которой находится фокус рентгеновской трубки, центр образца и входная щель счетчика [8-10].

Разность потенциалов между электродами рентгеновской трубки 2 создается с помощью генераторного устройства 1. Рентгеновское излучение, пройдя через две диафрагмы 3 и 3* и отразившись от образца 4, попадает в счетчик 5, где преобразуется в излучение видимой области. После преобразования светового сигнала в электрический и его усиления, осуществляемых с помощью фотоэлектронного умножителя 6 и усилителя 7, в дискриминаторе 8 отделяются импульсы, не отвечающие характеристическому излучению. Прошедшие дискриминатор импульсы регистрируются пересчетной схемой 9 и записываются с помощью АЦП и компьютера 10 (самописца на диаграммную ленту). С помощью интенсиметра 11 показывается также значение интенсивности отраженного рентгеновского излучения, пропорциональное количеству его квантов [10].

Целью метода является получение дифракционной картины за счёт изменения ориентации кристалла, направления падающего пучка или применения сплошного спектра излучения.

Порошкообразные образцы для исследования подготавливались в агатовой ступке до получения однородной массы. Для регистрации дифрактограммы подготовленный порошок равномерно наносился тонким слоем на поверхность каретки.

Фазовый состав продуктов окисления определялся путём сопоставления экспериментальных значений межплоскостных расстояний, интенсивностей дифракционных линий и углов Брэгга с теоретически рассчитанными данными.

В качестве примера на рисунке 2 приведена фотография образцы алюминиевого проводникового сплава AlV0.1, содержащего 1,0 мас.% кальция, стронция и бария.



Рис. 2. Образцы из алюминиевого проводникового сплава AlV0.1 с 1,0 мас. % кальцием, стронцием и барием для рентгенофазового анализа

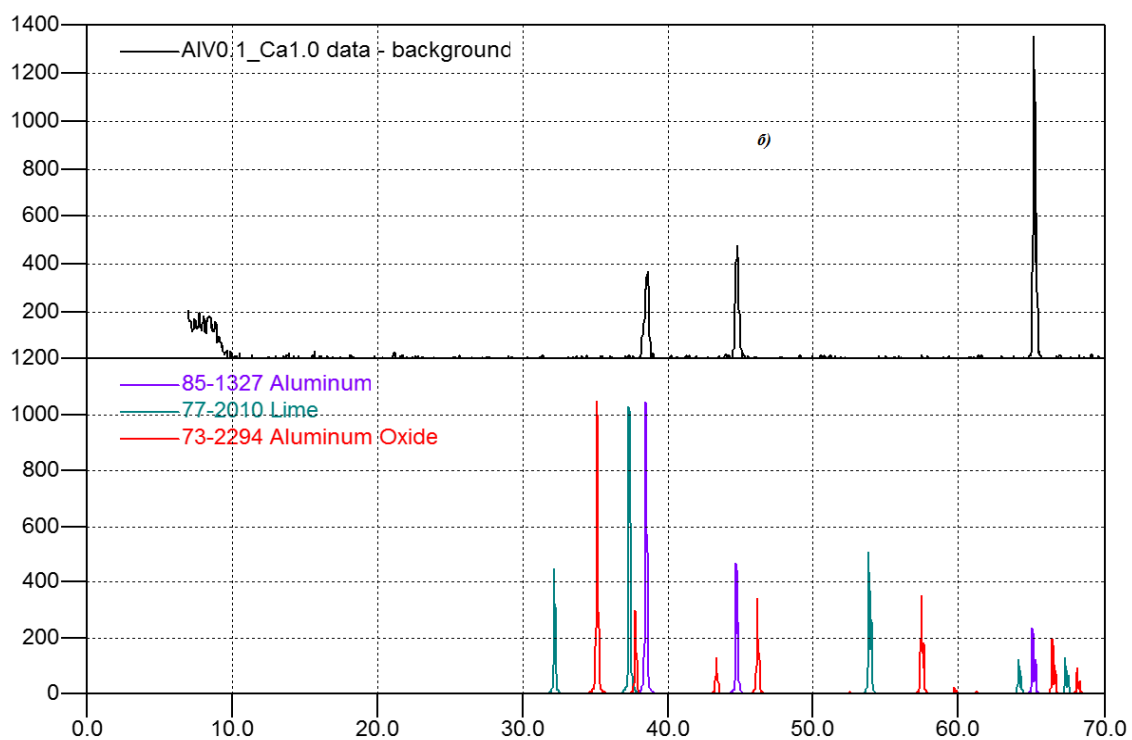
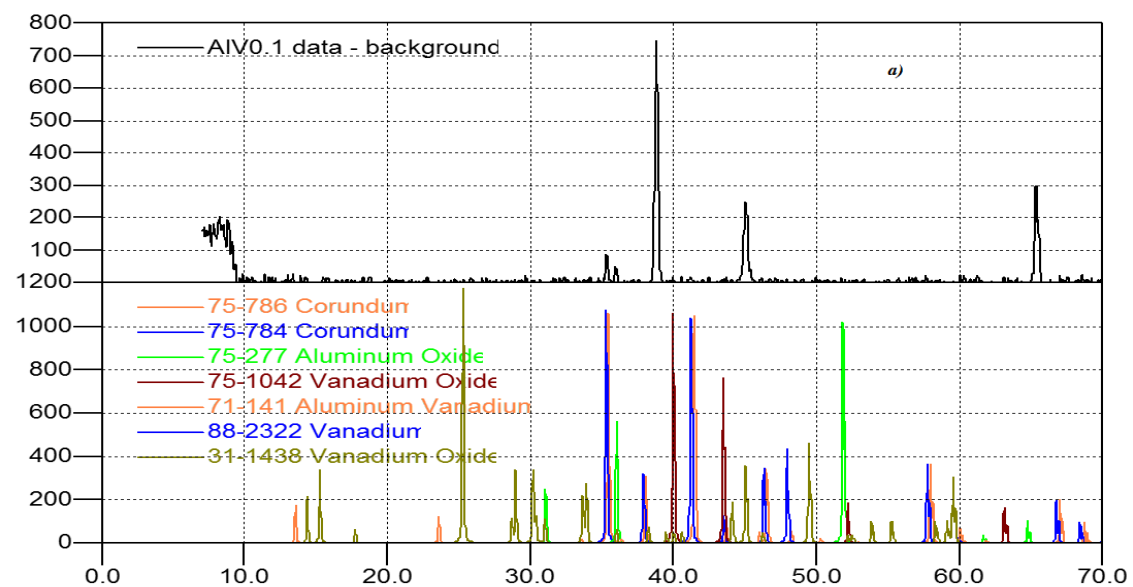
Тройные сплавы, представляющие собой алюминиевый проводниковый сплав AlV0.1, легированный кальцием, стронцием и барием, получали в шахтной лабораторной печи сопротивления типа СШОЛ при температуре 800 °С. Содержание кальция, стронция и бария в сплавах до 1,0 мас. %.

Металлический ванадий вводился в алюминиевый расплав с использованием лигатуры Al + 1,0 мас. % V, приготовленной из алюминия марки А5 (99,5 %, ГОСТ 11069) и ванадия марки ВнМ-1 (99,9 %, ГОСТ 26473.13-85). В качестве источников ЦЗМ использовались кальция, стронция и бария. Изображение процесса синтеза сплава AlV0.1, легированного кальцием, стронцием и барием, приведено на рисунке 3.



Рис. 3. Синтез сплава Al+0,1мас. %V с кальцием, стронцием и барием

Дифрактограммы продуктов окисления, образующиеся при окислении алюминиевого проводникового сплава AlV0.1 с кальцием, стронцием и барием, исследованы методом рентгенофазового анализа и представлены на рис. 4. По результатам рентгенофазового анализа продуктов окисления сплавов установлено, что при окислении образуются оксиды следующих составов: Al_2O_3 ; Al_2O ; $VO_{0.532}$; V_5Al_8 ; VO_2 (**a**), CaO ; Al_2O_3 (**б**), Sr_2VO_4 ; VO_2 ; $Sr_3Al_2O_6$; $SrAl_4O_7$; $SrO(Al_2O_3)_2$ (**в**), VO_2 ; $BaVO_{2.5}$; $BaVO_{2.9}$; $Al_{13}Ba_7$; $BaAl_2O_4$ (**г**).



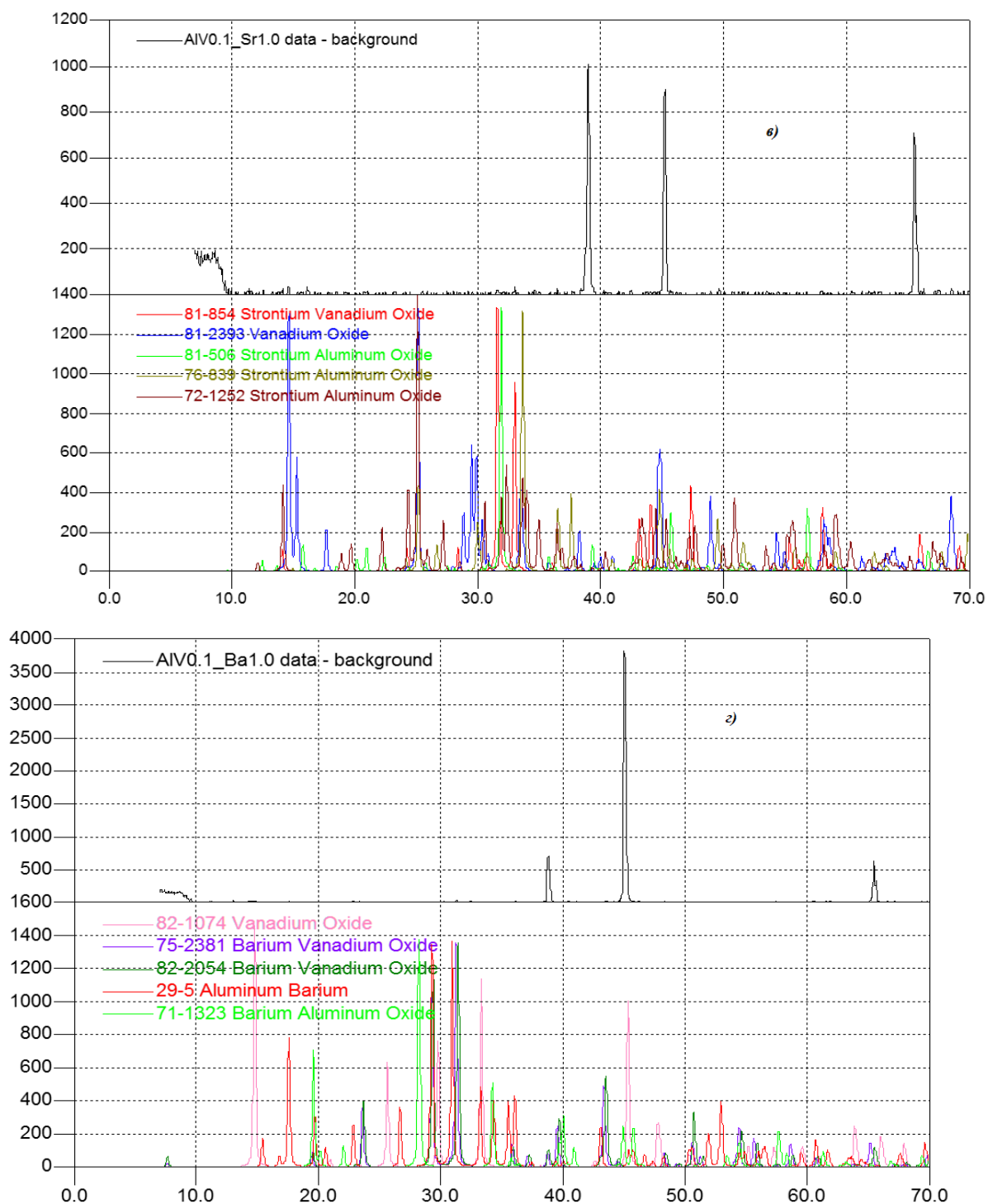


Рис. 4. Дифрактограммы продуктов окисления алюминиевого проводникового AIV0.1 (а) с кальцием (б), стронцием (в) барием (г)

При добавке Ca, Sr и Ba оксидная плёнка на алюминиевом сплаве превращается из простой Al_2O_3 -плёнки в сложную, многокомпонентную структуру, состоящую из оксидов алюминия, кальция, стронция, бария и их смешанных соединений [2]. Это улучшает защитные свойства и термостойкость поверхности. Особенно это заметно проявляется, если элемент является поверхностно-активным, обладает высоким давлением пара и большим

сродством к кислороду. На состав оксидной пленки сильно влияют металлы с свободной энергией образования оксидов, большей соответствующей энергии оксида сплавообразующего элемента отнесённой к молю кислорода. К таким металлам относятся щелочные металлы, которые имеют соотношение Пиллинга-Бедворса меньше 1 и являются поверхностно-активными.

В нашем случае оксиды кальция, стронция и бария входя в состав продуктов окисления алюминиевого проводникового AlV0.1 нарушает сплошность оксидной плёнки основного металла – алюминия.

Заключение

Как и в чистом алюминии, при контакте с кислородом на поверхности сначала формируется тонкая защитная плёнка Al_2O_3 . Она препятствует дальнейшему окислению, но в присутствии легирующих элементов её структура и свойства меняются [2].

Методом рентгенофазового анализа установлено, что продукты окисления алюминиевого проводникового сплава AlV0.1, легированного кальцием, стронцием и барием, состоят из следующих оксидных соединений: Al_2O_3 ; Al_2O ; $VO_{0.532}$; V_5Al_8 ; VO_2 ; CaO ; Sr_2VO_4 ; $Sr_3 Al_2O_6$; $SrAl_4O_7$; $SrO(Al_2O_3)_2$; $BaVO_{2.5}$; $BaVO_{2.9}$ $Al_{13}Ba_7$; $BaAl_2 O_4$.

Литература

1. Усов В.В., Займовский А.С. Проводниковые, реостатные и контактные материалы. Материалы и сплавы в электротехнике Том II. -М.: Госэнергоиздат, 1957-184 с.
2. Луц А.Р., Суслина А.А. Алюминий и его сплавы. Самара: Самарск. гос. тех. универ. 2013-81 с.
3. Белецкий В.М., Кривов Г.А. Алюминиевые сплавы (Состав, свойства, технология, применение). - Под ред. И.Н. Фридляндера. К.: Комитех. 2005-365с.
4. Алюминиевые сплавы: свойства, обработка, применение / Отв. ред. Л.Х. Райтбарг. - Изд. 13-е, перераб. и доп. -М.: Металлургия, 1979. - 679 с.
5. Промышленные алюминиевые сплавы. отв. ред. М.Б. Альтман. М: Металлургия, 1984. -528 с.
6. Васильев Е.Б., Ленская Е.В. Тенденции развития кабельной промышленности в странах Юго-Восточной Азии (Заседание Генеральной Ассамблеи АWССА 2020) // Кабели и провода. 2021. № 1 (387). С. 35-43.
7. Мондольфо Л.Ф. Структура и свойства алюминиевых сплавов / Пер. с англ. – М. Металлургия. 1979. – 640 с.

8. *Васильев Е.К.* Качественный рентгенофазовый анализ / Под ред. С. Б. Брандта. – Новосибирск: Наука, 1986. – 195с.
9. *Недома И.* Расшифровка рентгенограмм порошков / Под ред. Л.Н. Расторгуева. – М.: Металлургия, 1975. – 423с.
10. *Миркин Л.И.* Рентгеноструктурный анализ: Индексирование рентгенограмм: Справочное руководство / Л. И. Миркин. – М.: Наука, 1981. – 495с.

СИНТЕЗ И РЕНТГЕНОФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ ПРОДУКТОВ ОКИСЛЕНИЯ АЛЮМИНИЕВОГО ПРОВОДНИКОВОГО СПЛАВА $AlV_{0.1}$ С КАЛЬЦИЕМ, СТРОНЦИЕМ И БАРИЕМ

Аннотация. Рентгенофазовый анализ (РФА) играет ключевую роль в исследовании сплавов, поскольку обеспечивает получение фундаментальных сведений об их структуре и свойствах. В отличие от химического анализа, определяющего лишь элементный состав, РФА позволяет установить фазовый состав материала. С помощью рентгенофазового анализа был определён фазовый состав продуктов окисления алюминиевого проводникового сплава $AlV_{0.1}$, легированного кальцием, стронцием и барием, а также выявлена роль этих элементов в механизме его окисления. Во всех рассматриваемых процессах решающим фактором применения наноструктурированных материалов является их химический и фазовый состав.

Результаты РФА показали, что при окислении сплава $AlV_{0.1}$, содержащего кальций, стронций и барий, формируются следующие оксидные соединения: Al_2O_3 , Al_2O , $VO_{0.532}$, V_5Al_8 , VO_2 , CaO , Sr_2VO_4 , $Sr_3Al_2O_6$, $SrAl_4O_7$, $SrO(Al_2O_3)_2$, $BaVO_{2.5}$, $BaVO_{2.9}$, $Al_{13}Ba_7$ и $BaAl_2O_4$.

Ключевые слова: алюминиевый проводниковый сплав $AlV_{0.1}$, кальций, стронций, барий рентгенофазового анализа, продукт окисления.

SYNTHESIS AND X-RAY PHASE ANALYSIS OF OXIDATION PRODUCTS OF ALUMINUM CONDUCTOR ALLOY $AlV_{0.1}$ WITH CALCIUM, STRONTIUM AND BARIUM

Annotation. X-ray phase analysis (XFA) plays a key role in the study of alloys, as it provides fundamental information about their structure and properties. Unlike chemical analysis, which determines only the elemental composition, XRD allows you to determine the phase composition of the material. X-ray phase analysis was used to determine the phase composition of the oxidation products of aluminum conductor alloy $AlV_{0.1}$, doped with calcium, strontium and barium, and also revealed the role of these elements in the mechanism of its oxidation. In all the processes under consideration, the decisive factor in the use of nanostructured materials is their chemical and phase composition.

The XRD results showed that the following oxide compounds are formed during the oxidation of the AlV0.1 alloy containing calcium, strontium and barium: Al_2O_3 , Al_2O , $\text{VO}_{0.532}$, V_5Al_8 , VO_2 , CaO , Sr_2VO_4 , $\text{Sr}_3\text{Al}_2\text{O}_6$, SrAl_4O_7 , $\text{SrO}(\text{Al}_2\text{O}_3)_2$, $\text{BaVO}_{2.5}$, $\text{BaVO}_{2.9}$, $\text{Al}_{13}\text{Ba}_7$ и BaAl_2O_4 .

Keywords: aluminum conductor alloy AlV0.1, calcium, strontium, barium of X-ray phase analysis, oxidation product.

СИНТЕЗ ВА ТАҲЛИЛИ РЕНТГЕНОФАЗАИ ОКСИДШАВИИ ХҶЛАИ АЛЮМИНИЙИ НОҚИЛИИ ALV0.1 БО КАЛСИЙ, СТРОНСИЙ ВА БАРИЙ

Аннотатсия. Таҳлили рентгенофаза (РФА) дар таҳқиқи хўлаҳо нақши калидӣ дорад, зеро он маълумоти бунедиро дар бораи сохтор ва хосиятҳои онҳо таъмин мекунад. Баръакси таҳлили кимиевӣ, ки танҳо таркиби элементро муайян мекунад, РФА имкон медиҳад, ки таркиби фазаи маводро муайян кунад. Бо ёрии таҳлили рентгенофаза таркиби фазаи оксидшавии хўлаи алюминийи AlV0.1 муайян карда шуд, ки бо калсий, стронсий ва барий омехта шудааст, инчунин нақши ин элементҳо дар механизми оксидшавии он ошкор карда шудааст.

Натиҷаҳои РФА нишон доданд, ки ҳангоми оксидшавии хўлаи AlV0.1, ки дорои калсий, стронсий ва барий мебошад, пайвастагиҳои оксидии зерин пайдо мешавад: Al_2O_3 , Al_2O , $\text{VO}_{0.532}$, V_5Al_8 , VO_2 , CaO , Sr_2VO_4 , $\text{Sr}_3\text{Al}_2\text{O}_6$, SrAl_4O_7 , $\text{SrO}(\text{Al}_2\text{O}_3)_2$, $\text{BaVO}_{2.5}$, $\text{BaVO}_{2.9}$, $\text{Al}_{13}\text{Ba}_7$ и BaAl_2O_4 .

Калимаҳои калидӣ: хўлаи алюминийи AlV0.1, калсий, стронсий, барий таҳлили рентгенофаза, оксидшавӣ.

Сведения об авторах:

Ганиев Изатулло Наврузович – д.х.н., профессор, академик НАНТ, заведующий лабораторией «Коррозионностойкие материалы» ГНУ «Институт химии им. В.И. Никитина НАН Таджикистана», E-mail: ganiev48@mail.ru.

Ашуров Кобилджон Хакимович – соискатель кафедры «Материаловедения, металлургические машины и оборудования», Таджикский технический университет имени академика М.С. Осими. Адрес: Республика Таджикистан, 734042, г. Душанбе, проспект академиков Раджабовых 10.

Окилов Шахром Шукурбоевич – к.т.н., старший научный сотрудник Института химии им. В.И. Никитина, НАНТ. E-mail: Okilov70070@mail.ru.

Маълумот дар бораи муаллифон:

Ганиев Изатулло Наврузович – д.и.х., профессор, академики АМИТ, мудири озмоишгоҳи “Маводҳои ба коррозия устувор”-и Институди химияи ба номи В.И.Никитини АМИТ. E-mail: ganiev48@mail.ru.

Ашуров Кобилҷон Ҳақимович – унвонҷӯи кафедраи “Маводшиносӣ, мошинҳо ва таҷҳизоти металлургӣ”, Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С. Осимӣ. Суроға: Ҷумҳурии Тоҷикистон, 734042, шаҳри Душанбе, куч. академикҳо Раҷабовҳо 10,

Окилов Шаҳром Шукурбоевич – ходими калони илмӣи Институти химияи ба номи В.И. Никитини АМИТ. **E-mail:** Okilov70070@mail.ru

About the authors:

Ganiev Izatullo Navruzovich – Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of the National Academy of Sciences of Tajikistan, Head of the Laboratory "Corrosion-resistant Materials" of the V.I. Nikitin Institute of Chemistry of the National Academy of Sciences of Tajikistan. **E-mail:** ganiev48@mail.ru

Ashurov Kobiljon Khakimovich – applicant at the Department of “Materials Science, Metallurgical Machines and Equipment,” Tajik Technical University named after academician M.S. Osimi. **Address:** 10 Rajabov Academicians Avenue, Dushanbe, 734042, Republic of Tajikistan,

Okilov Shahrom Shukurboevich – is a Senior Researcher at the V.I. Nikitin Institute of Chemistry of the National Academy of Sciences of Tajikistan. **E-mail:** Okilov70070@mail.ru

Мақола ба редакция ворид шуд: 14.10.2025

Аз тақриз баргашт: 13.11.2025

Ба чоп тавсия шуд: 21.11.2025

МАЪЛУМОТ БАРОИ МУАЛЛИФОН

Талабот нисбат ба мақолаҳои илмие, ки ба маҷаллаи илмӣ «Паёми Донишгоҳи давлатии Данғара» пешниҳод мешаванд.

Мақолаҳои илмие, ки ба редакцияи маҷалла пешниҳод мешаванд, бояд ба талаботи зерин ҷавобгӯ бошанд:

- Мақолаҳо бояд бо риояи талаботи муқаррарнамудаи ҳайати таҳририяи маҷалла навишта шаванд;
- Мақолаҳо бояд натиҷаи таҳқиқоти илмиро дар ин ё он соҳа фаро гиранд;
- Мақолаҳо бояд ба яке аз самтҳои (бахшҳои) маҷалла мувофиқ бошанд;

Ҳама маводҳое, ки ба ҳайати таҳририяи маҷалла пешниҳод мешаванд, аз барномаи зиддисирқат дар вебсайти **Antiplagiat** тафтиш мешаванд ва пас аз он ҳайати таҳририя муаллифнро (ҳаммуаллифнро) аз натиҷаи баҳодиҳии дастнавис огоҳ мекунад. Сониян, ҳайати таҳририя дар бораи қабули мавод ва коркарди минбаъда ва ё аз радшудани он муаллифнро (ҳаммуаллифнро) хабардор менамояд.

Талабот оид ба сохтори мақолаҳои илмӣ

Мақола бояд дар формати Microsoft Word, шрифти Times New Roman, андозаи 14, ҳошия аз ҳар тараф 2,5 см, фосилаи байни сатрҳо 1,5 мм таҳия карда шавад. Ҳаҷми мақола (бо дарбаргирии фишурда ва феҳрасти манобеи истифодашудаи он) бояд аз 6 то 15 саҳифаро дар формати A4 фаро гирад.

Сохтори мақола

- Индекси УДК;
 - Унвони мақола бо ҳарфҳои калон;
 - насаб ва ҳарфҳои аввали номи муаллиф (масалан, Шарипов Д.М.);
 - номи ташкилоте, ки дар он муаллифи мақола кор мекунад;
 - матни асосии мақола;
 - истинод аз маводи мушаххас дар қавси мураббаъ [4, с.25] оварда мешавад;
 - ҷадвалҳо, диаграммаҳо, схемаҳо ва расмҳо бояд ном дошта, рақамгузорӣ карда шаванд;
 - номгӯии манобеи истифодашуда (на камтар аз 5 ва на зиёда аз 10 ададро дар бар гирад);
 - Феҳрасти манобеи истифодашуда мувофиқи талаботи ГОСТ 7.1-2003 ва ГОСТ 7.0.5-2008 тартиб дода мешавад;
 - Манобеи истифодашуда тадқиқоти анҷомдодаи солҳои охири муҳаққиқони соҳаро дарбар гирад;
 - Пас аз феҳрасти манобеи истифодашуда бо сезабон (точикӣ, русӣ ва англисӣ) маълумоти зерин оварда мешавад: унвони мақола, фишурдаи он ва калидвожаҳо (фишурда на камтар аз 100 калима, калидвожаҳо аз 7 то 10 калима ё ибораҳо);
 - маълумот дар бораи муаллиф (он) ба забонҳои тоҷикӣ, русӣ ва англисӣ (ба чунин тартиб: ному насаби пурраи муаллиф (он), дараҷаи илмӣ, унвони илмӣ (агар бошад), номи ташкилоте, ки муаллиф (он) дар он кор мекунад, вазифаи муаллиф (он) дар ин ташкилот, рақами телефон, суроғаи электронии муаллиф (он);
- Тақриз ба мақолаи илмӣ пешниҳодшуда аз ҷониби номзад ё доктори илм барои муаллиф (он)-е, ки дараҷаи илмӣ надорад ҳатмӣ мебошад.

ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ

Требования к научным статьям, подаваемым в научный журнал «Вестник Дангаринского государственного университета».

Научные статьи, подаваемые в редакцию журнала, должны соответствовать следующим требованиям:

- Статьи должны быть написаны с соблюдением требований, установленных редколлегией журнала;
- Статьи должны включать результаты научных исследований в той или иной области;
- Статьи должны соответствовать одному из направлений (разделов) журнала;

Все материалы, поступившие в редакцию журнала, будут проверены программой антиплагиат на сайте **Antiplagiat**, после чего редакция уведомит авторов (соавторов) о результатах оценки рукописи. Во-вторых, редакция информирует авторов (соавторов) о принятии материала и дальнейшей обработке или отклонении.

Требования к структуре научных статей

Статья должна быть написана в формате Microsoft Word, шрифт Times New Roman, размер кегл 14, поля 2,5 см, межстрочный интервал 1,5 мм. Объем статьи (включая аннотацию и список использованных источников) должен занимать от 6 до 15 страниц формата А4.

Структура статьи

- индекс УДК;
- название статьи заглавными буквами;
- фамилия и инициалы имени автора (например, Шарипов Д.М.);
- название организации, в которой работает автор статьи;
- основной текст статьи;
- ссылка на конкретные материалы дается в квадратных скобках [4, с.25];
- таблицы, схемы, диаграммы и рисунки должны быть названы и пронумерованы;
- список использованных источников (включать не менее 5 и не более 10 наименований);

- Перечень используемых ресурсов составляется в соответствии с требованиями ГОСТ 7.1-2003 и ГОСТ 7.0.5-2008;

- Используемые источники должны включать исследования, проведенные исследователями за последние годы.

- После списка использованных источников на трех языках (таджикском, русском и английском) указывается следующая информация: название статьи, ее краткое содержание и ключевые слова (резюме не менее 100 слов, ключевые слова от 7 до 10 слов или фраз);

- сведения об авторе(ах) на таджикском, русском и английском языках в следующем порядке: полное имя автора(ов), ученая степень, звание (при наличии), наименование организации, где работает автор(ы), номер телефона, адрес электронной почты.

За предоставленную научную статью со стороны авторов, которые не имеют ученой степени, рецензия от кандидатов или докторов наук обязательна.

МУНДАРИҶА

МАТЕМАТИКА

Шарофиддин Юсуфӣ, Восидов Ш.Ю., Умаров А. Нақши Disр дар татбики моделсозии математикӣ ва компютерии критерияи алгебравии устуворияти гурвитс бо муодилаи хараактеристикии тартиби сеюм.....	5
Исмаов С.Н., Назрублов Н.Н. Татбики суммаҳои тригонометрӣ дар масъалаи тақсимшавии қисмҳои касрии қиматҳои бисёрраъзогии хаттӣ, ки аргументаш ададҳои содаро аз фосилаҳои кӯтоҳ қабул мекунад.....	14
Охунзода Н.Қ., Олимӣ А.Ғ. Тасвири ҳалли умумӣ ва масъалаи хаттӣ-ҳамроҳшавӣ барои муодилаи дифференсиалии оддӣ бо нуқтаҳои канории сингулярӣ, сингулярнокиаш баланд ва дохилии сингулярнокиаш паст.....	26
Каримзода Д.Қ., Иброҳимзода Қ. А. Тақсимшавии ададҳои Харди-Литтлвуд дар прогрессияи арифметикӣ.....	35
Файззода К.Ш., Неъматов Ю.С. Муодилаҳои навъи гиперболикӣ ва усулҳои ҳалли онҳо.....	42
Олимӣ А.Ғ., Дадочонова М.Ё. Масъалаҳои канорӣ барои муодилаи дифференсиалии одии хаттии тартиби сеюм.....	51

ФИЗИКА

Сафарзода Ш.Р., Шерафгани Н.З. ҳисоб кардани параметрҳои термодинамикӣ (тағйирёбии энергияи дохилӣ, энергияи Гелмголдс ва Гиббс) системаи сечуза (аз руи усули кдс).....	60
Восидов Ш.Ю., Шарофиддин Ю., Умаров А.Н. Санҷиши модели математикӣ ва компютерии критерияи алгебравии устуворияти гурвитс бо муодилаи хараактеристикии тартиби сеюм дар муҳити Matlab.....	71
Ҳабибуллоев Х. Дар масъалаи вобастагии мустақамии эластомерҳо аз вақт.....	80
Нуралӣзода А. Ғ., Олимӣ А.Р., Алимзода Н. О. Таҳқиқоти ҳодисаҳои физикӣ тариқи моделронии компютерӣ ҳамчун воситаи ҳалли мушкилоти замони муосир.....	86

ХИМИЯ

Абуали Э., Ғаниев И.Н., Саломатхони Д., Наврузаи А. Тадқиқоти потенциодинамикии ҳӯлаи алюминийи $AlCu_{4.5}Mg_1$ навъи дюралюминӣ бо натрий дар муҳити электролити $NaCl$	100
Раҷабов Ш.Х., Сайдалиев Д.А. Усулҳои истеҳсоли нитрати сурб.....	110
Сафаров Х. С., Гулов Т. Ё., Бобизода Ғ. М. Омӯзиши таъсири экстракти таҳач бо пайвастигии координатсионии аминокислотаи триптофан ва мис.....	117
Ғаниев И.Н., Ашуров Қ.Х., Оқилов Ш.Ш. Синтез ва таҳлили рентгенофазаи оксидшавии ҳӯлаи алюминийи ноқилии $Al_{v0.1}$ бо калсий, стронсий ва барий.....	128

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Шарофиддин Юсуфй, Восидов Ш.Ю., Умаров А.Н. Роль Disp в реализации математического и компьютерного моделирования алгебраического критерия устойчивости Гурвица с характеристическим уравнением третьего порядка.....	5
Исмаев С.Н., Назрублов Н.Н. Применение тригонометрических сумм к задаче распределения дробных частей значений линейных многочленов, аргументы которых принимают простые числа из коротких интервалов.....	14
Охунзода Н.К., Олими А.Г. Описание общего решения и линейной задачи сопряжения для обыкновенного дифференциального уравнения с граничными сингулярными точками, высокой степенью сингулярности и низкой внутренней сингулярностью.....	26
Каримзода Д.Ч., Иброхимзода Ч. А. Распределение чисел Харди-Литтлвуда в арифметической прогрессии.....	35
Файззода К. Ш., Ньматов Ю. Изучение уравнения гиперболического типа.....	42
Олими А.Г., Дадоджонова М.Ё. Краевые задачи для линейного обыкновенного дифференциального уравнения третьего порядка.....	51

ФИЗИКА

Сафарзода Ш.Р., Шерафгани Н.З. Исследование термодинамических характеристик (внутренней энергии, энергии гельмгольца и гиббса) тройных систем на основе калориметрических данных.....	60
Восидов Ш.Ю., Шарофиддин Ю., Умаров А.Н. Проверка математической и компьютерной модели алгебраического критерия устойчивости гурвица с характеристическим уравнением третьего порядка в среде Matlab.....	71
Хабибуллоев Х. К вопросу о временной зависимости прочности эластомеров.....	80
Нурализода А. Г., Олими А.Р., Алимзода Н. О. Изучение физических явлений посредством компьютерного моделирования как средства решения современных задач.....	86

ХИМИЯ

Абуали Э., Ганиев И.Н., Саломатхони Д., Наврузаи А. Потенциодинамическое исследование алюминиевого сплава AlCu _{4,5} Mg ₁ типа дюралюминий с натрием в среде электролита NaCl.....	100
Рачабов Ш.Х., Сайдалиев Д.А. Методы производства нитрата свинца.....	110
Сафаров Х. С., Гулов Т. Ё., Бобизода Г. М. Изучение влияния экстракта тахача на координационную связь аминокислоты триптофан с медью.....	117
Ганиев И.Н., Ашуров К.Х., Окилов Ш.Ш. Синтез и рентгенофазовый анализ продуктов окисления алюминиевого проводникового сплава Al _v 0.1 с кальцием, стронцием и барием.....	128

CONTENTS

MATHEMATICS

Sharofiddin Yusufi, Vosidov Sh. Y., Umarov A.N. The role of Disp in the implementation of mathematical and computer modeling of the algebraic hurwitz stability criterion with a third-order characteristic equation.....	5
Ismatov S. N., Nazrubloev N. N. Application of trigonometric sums to the problem of distribution of fractional parts of values of linear polynomials whose arguments are prime numbers from short intervals.....	14
Okhonzoda N. Q., Olimi A. G. Representation of a general solution and a linear conjugation type problem for an ordinary differential equation with boundary singular, supersingular, and interior weakly singular points.....	26
Karimzoda D. Dz., Ibrokhimzoda J. A. Distribution of hardy-lietwold numbers in arithmetic progression.....	35
Fayzzoda K. Sh., Nematov Y. Study of a hyperbolic type equation.....	42
Olimi A. G., Dadojanova M. Y. Boundary value problems for a linear ordinary differential equation of the third order.....	51

PHYSICS

Safarzoda Sh.R., Sherafgani N.Z. Calculation of thermodynamic parameters (changes in the internal energy, helmholtz energy and gibbs) of ternary systems (by the dsc method).....	60
Vosidov Sh. Yu., Sharofiddin Yu., Umarov A.N. Verification of a mathematical and computer model of the algebraic hurwitz stability criterion with a third-order characteristic equation in Matlab.....	71
Khabibulloev Kh. On the time dependence of elastomer strength.....	80
Nuralizoda A. G., Olimi A. R., Alimzoda N. O. Studying physical phenomena through computer modeling as a means of solving modern problems.....	86

CHEMISTRY

Abuali E., Ganiev I. N., Salomatkhoni D., Navruzai A. Potentiodynamic study of aluminum alloy alcu4.5mg1 of duraluminium type with sodium in nacl electrolyte medium.....	100
Rajabov Sh. Kh., Saidaliev D. A. Methods of lead nitrate production.....	110
Safarov Kh. S., Gulov T. Y. Study of the effect of tahach extract on the coordination bonding of the amino acid tryptophan with copper.....	117
Ganiev I.N., Ashurov K.Kh., Okilov Sh.Sh. Synthesis and x-ray phase analysis of oxidation products of aluminum conductor alloy Alv0.1 with calcium, strontium and barium.....	128

ПАЁМИ

ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ ДАНҒАРА

Бахши илмҳои табиӣ

2025. № 4 (34)

ВЕСТНИК

ДАНГАРИНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО

УНИВЕРСИТЕТА

Серия естественных наук

2025. № 4 (34)

BULLETIN

OF DANGARA STATE UNIVERSITY

Series of natural science

2025. No 4 (34)

Ба матбаа 13.12.2025 супорида шуд.

Ба чопаш “31”12. 2025 имзо шуд.

Қоғози офсет. Андозаи 60x84 1/16. Ҷузъи чоп. 18.

Супориши №132. Адади нашр 50 нусха.

ҶДММ “Моҳи-Мунир”